

平成 29 年度 卒業論文

# 飲食店における客席案内の最適戦略

千葉大学 工学部都市環境システム学科

14T0235A

野田 脩平

指導教員： 塩田 茂雄 教授

# 目次

第 1 章 はじめに .....	1
1.1 研究背景 .....	1
1.2 研究目的 .....	1
1.3 本論文の構成 .....	2
第 2 章 問題設定・準備 .....	3
2.1 条件設定 .....	3
2.2 待ち行列理論 .....	4
2.2.1 待ち行列モデルとケンドールの記法 .....	5
2.2.2 損失系待ち行列システム $A/S/c/0$ .....	7
2.3 飲食店の客の出入りのモデル化 .....	7
第 3 章 モデルの定式化 .....	8
3.1 準備 .....	8
3.2 定常状態確率 .....	9
第 4 章 提案手法 .....	12
4.1 初期案内戦略 .....	12
4.2 マルコフ決定過程による最適戦略 .....	14
4.2.1 最適戦略決定アルゴリズム .....	16
4.3 最適案内戦略 .....	17
第 5 章 数値計算による最適戦略の決定 .....	18
5.1 数値計算の概要 .....	18
5.2 数値計算の結果と考察 .....	19
5.2.1 1 人客の平均単価が高い場合 ( $g_1 > g_2$ ) .....	20
5.2.2 2 人客の平均単価が高い場合 ( $g_1 < g_2$ ) .....	25
5.2.3 平均単価の比による売上および売上増加率の変化 .....	30
5.2.4 到着率による売上の変化 .....	33
第 6 章 おわりに .....	34
参考文献 .....	35
謝辞 .....	36

## 図目次

図 1	来店客に対する案内方法 .....	3
図 2	待ち行列モデル .....	4
図 3	客の出入りのモデル化 .....	7
図 4	状態推移図 ( $x$ は係数) .....	9
図 5	カウンタ席案内条件 .....	16
図 6	$j = 0$ のときの状態遷移図 ( $g_1 > g_2$ ) .....	23
図 7	$j = 1$ のときの状態遷移図 ( $g_1 > g_2$ ) .....	23
図 8	$j = 2$ のときの状態遷移図 ( $g_1 > g_2$ ) .....	24
図 9	$j = 3$ のときの状態遷移図 ( $g_1 > g_2$ ) .....	24
図 10	$j = 0$ のときの状態遷移図 ( $g_1 < g_2$ ) .....	28
図 11	$j = 1$ のときの状態遷移図 ( $g_1 < g_2$ ) .....	28
図 12	$j = 2$ のときの状態遷移図 ( $g_1 < g_2$ ) .....	29
図 13	$j = 3$ のときの状態遷移図 ( $g_1 < g_2$ ) .....	29
図 14	単位時間の売上 $g$ の最大値 .....	31
図 15	売上増加率 .....	31
図 16	混雑度と売上 .....	33

## 表目次

表 1	ケンドールの記法 .....	6
表 2	案内記号 .....	13
表 3	初期案内戦略 $N = 3, M = 4$ .....	13
表 4	パラメータ例 .....	19
表 5	上から, $g_1 > g_2$ のときの売上増加率[%], 混雑度[%], 収束回数 ....	20
表 6	$g_1 > g_2$ のときの混雑度 100% .....	21
表 7	$g_1 > g_2$ のときの混雑度 200% .....	22
表 8	案内確率と店内平均組数( $g_1 > g_2$ ) .....	24
表 9	上から, $g_1 < g_2$ のときの売上増加率[%] , 混雑度[%], 収束回数 ...	25
表 10	$g_1 < g_2$ のときの混雑度 100% .....	26
表 11	$g_1 < g_2$ のときの混雑度 200% .....	27
表 12	案内確率と店内平均組数( $g_1 < g_2$ ) .....	29
表 13	固定するパラメータ .....	30
表 14	平均単価の比 $g_1 : g_2$ .....	30
表 15	売上の最大値と売上 .....	32

# 第1章 はじめに

## 1.1 研究背景

近年，Instagram や Facebook などソーシャル・ネットワーキング・サービス(SNS)の流行により，SNS を利用した宣伝や広告が多くみられる．飲食業界において，個人経営のお店や，全国展開はしていないが有名なお店などが，一般的に認知される機会が増えた．これらの影響により飲食業界全体で集客力増加の傾向がある．

筆者が飲食店で働いている際にも実感しているが，来店客の案内という仕事はとても重要である．具体的には，予約の有無，人数や希望の席種を確認し，店内状況に合わせて，条件に一致したお客を随時案内していく仕事である．来店客をうまく案内しなければ，待ち時間増加による満足度の低下，店内回転率の低下などにより，主である売上(利益)に多大な影響を及ぼす危険がある．また，増加した来店客に対応するために，フロアの拡張やテーブル・イスの増量など店内容量を増やすことはコストがかかってしまうが，案内方法の変更にはコストがかからない．

お店の外で行列を成す店，発券機で呼び出しを行うお店や，完全予約制のお店など，来店客への対応は様々あるが，増加した来店客を最適に案内することは，飲食業界の課題であり，効果的でコスト効率のよい仕事である．

## 1.2 研究目的

客席案内に関する研究として，顧客の退店時刻を予測し仮想上で案内することにより，座席案内効率をあげ待ち時間を均等化する研究[1]，店内のテーブル席に対してどの席から案内していくか4つの方法を提案し，シミュレーションにより待ち時間に関して評価した研究[2]，店舗利益を最大にするためのテーブルサイズとテーブル数の組み合わせをシミュレーションにより導く研究[3]や[4]，座席案内をする人をプレイヤーとしたシミュレーションゲームを用いて勘や経験に基づき学習させていき案内戦略を

引き出す研究[5]などがある。

テーブル席の組み合わせの最適化によって様々な数の来店客を案内する研究は多くみられるが、収容人数を固定した数種類の席(例えば、カウンタ1人席とテーブル2人席)に来店客を案内する方法の最適化を評価する研究は少ない。

本研究では、来店客の客席案内方法に関する戦略を考える。席数の限られた飲食店において、来店客を適切に案内することによる総売上(利益)の最大化を目的とし、最適な案内戦略の効果と特徴を考察する。

### 1.3 本論文の構成

本論文の以下の構成は次のようになっている。

第2章では、研究の軸となる待ち行列について述べる。

第3章では、モデルの定式化を行う。

第4章では、初期客席案内戦略、最適戦略決定アルゴリズムについて述べる。

第5章では、提案されたアルゴリズムによる計算を行い、考察する。

最後に第6章で、本論文の結論を述べる。

## 第2章 問題設定・準備

### 2.1 条件設定

モデルの簡単化のために、以下の条件を設定した。

- 来店客を1人客および2人客に限定する。
- 案内順番は先着順とする。
- 案内する席の種類をカウンタ1人席(以下, カウンタ席)およびテーブル2人席(以下, テーブル席)に限定する。
- 1人客は, カウンタ席またはテーブル席に案内可能とするが, 1人客をテーブル席に2組案内する(相席状態にする)ことはできないものとする。
- 2人客は, テーブル席にのみ案内可能とする。
- 案内可能な席がない場合

(例えば, 2人客が来店したが, テーブル席が満席のとき)

は, 来店客の案内はせず断る(帰ってもらう)ものとする。(図 1)

(通信分野において, 似たモデルを扱う研究[6]や[7]がある。)

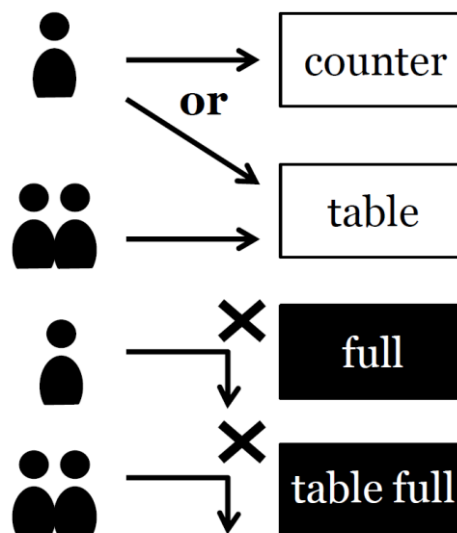


図 1 来店客に対する案内方法

## 2.2 待ち行列理論

2.2 節では本研究に必要な待ち行列理論について[8]の定義に基づいて紹介する。

待ち行列は、身近にみられる現象である。コンビニエンスストアのレジ前に並ぶ待ち行列や、レストランに入るための待ち行列など、様々な待ち行列が存在する。

これらを数理的に分析するためには、待ち行列に関する用語を定め、多様な待ち行列の特徴を抽象化して表現するモデルを構築する必要がある。

飲食店にできる待ち行列を例に用語を定義する。飲食店に人が訪れる動作を**到着**と呼び、席を**窓口**と呼ぶ。窓口を訪れる人は**客**と呼ばれる。また、飲み物や料理の提供のように窓口で受ける(行う)仕事を**サービス**と呼ぶ。一般に、飲食店内に複数の席があるように、窓口が複数ある場合も考え得る。また行列を作って待つ場所を**待ち室**と呼ぶ。現実には待ち室は有限の広さであるが、抽象的な待ち行列モデルでは無限の広さの待ち室を考えることも多い。窓口でサービスを受け終わった客は待ち行列から**退去**する。

待ち室と窓口を含む全体を**待ち行列システム**と呼ぶこととする。(図 2)

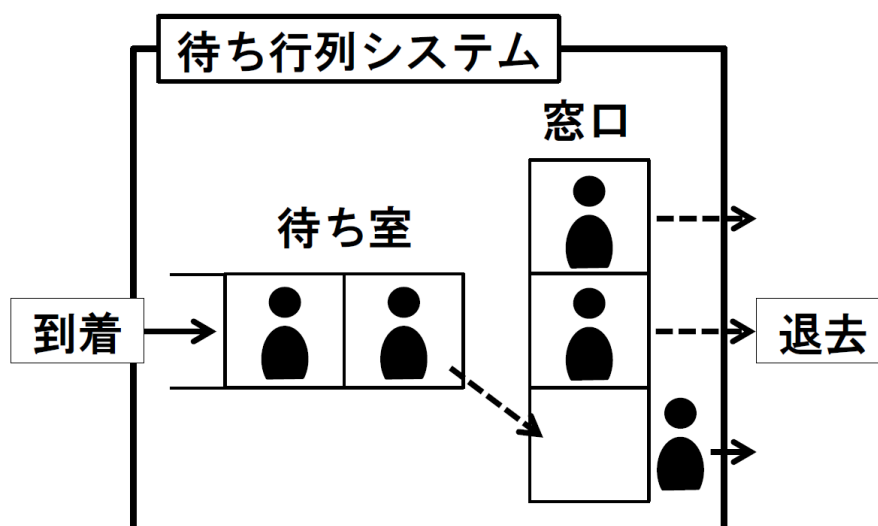


図 2 待ち行列モデル



待ち行列理論では、客の到着を**到着過程**でモデル化する。客が窓口で要求するサービスの量も客によって違うため、サービス時間は**確率変数**とみなし、サービス時間の**分布関数**を指定する。また、電話網などのモデル化などでは**呼源数**(電話をかける可能性のある顧客数)を与える場合もある。

## 2.2.1 待ち行列モデルとケンドールの記法

2.2 節で述べたように、待ち行列モデルは

- ① 客の到着過程
- ② サービス時間分布
- ③ 窓口の数
- ④ 待ち室容量
- ⑤ 呼源数
- ⑥ サービス規律

を指定する必要がある。

ただし、異なるシステムが同一のモデルで表現される場合や、逆に、同じシステムがどの程度詳細にモデル化するかによって、異なるモデルで表現される場合がある。待ち行列モデルは実際のシステムを抽象的に表現した確率モデルであり、個々のモデルは特定のシステムのみ表現したものではないともいえる。

待ち行列理論では、これらの待ち行列モデルの特徴を以下のケンドールの記法により表現する。

$$A/S/c/K/N/D$$

それぞれ、

到着間隔分布/サービス時間分布/窓口数/待ち室容量/呼源数/サービス規律

を示している。ただし、呼源数  $N$  および待ち室容量  $K$  の部分の表記は、無限大の場合省略する場合が多い。(例  $M/M/1/(\infty)/(\infty)$ )

サービス規律については、一般に先着順処理を仮定するため、先着順以外のサービス規律を記載することが多い。

例えば、先着順サービスは FCFS (First Come First Served) と記載する。後着順サービスには幾つかの種類があり、新たに到着した客が窓口でサービス中の客のサービスを中断せずに待ち行列の先頭に並ぶサービス規律は、非割り込み後着順サービスと呼ばれ、LCFS-NP (Last Come First Served – Non Preemptive) と記載する。また、客の到着の順番にかかわらず、ランダムにサービスを受けるサービス規律は、ランダムサービスと呼ばれ、SIRO (Service In Random Order) と記載する。(例  $M/G/1$  FCFS)

ケンドールの記法で用いる主な到着間隔分布やサービス時間分布を表す記号を以下にまとめる。

表 1 ケンドールの記法

記号	到着間隔分布	サービス時間分布
M	ポアソン過程	指数分布
D	一定の到着過程	一定分布
$E_k$	$k$ 次のアーラン分布	$k$ 次のアーラン分布
GI	再生過程	一般分布(互いに独立)
G	一般の到着過程	一般分布

2.1 節で述べたように本研究では、システムに入れない場合、案内せず断るため待ち行列が存在しない。待ち時間に関する紹介は省略し、次の待ち行列システムについて紹介する。

### 2.2.2 損失系待ち行列システム $A/S/c/0$

窓口の数は  $c$  個とし、待ち室は全くない場合を考える。客の到着時点で系内容数が  $c$  である場合は、到着した客は全ての窓口で客がサービスを受けている状況に遭遇することになる。このとき到着客は、待ち室が存在しないので待つことができず、サービスを受けずにただちに退去すると仮定する。この待ち行列モデルは損失系と呼ばれる。また、このモデルでは、窓口に通された客は待たされることなく即座にサービスを受けられることから、即時式とも呼ばれる。

### 2.3 飲食店の客の出入りのモデル化

損失系待ち行列システムとしてモデル化する。

1 人客および 2 人客は、到着率  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  のポアソン過程に従って来店し、滞在時間は平均  $1/\mu_1$ ,  $1/\mu_2$  の指数分布に従う。テーブル席数とカウンタ席数を  $N$ ,  $M$  とし、1 人客および 2 人客の平均単価は  $g_1$ ,  $g_2$  とする。(図 3)

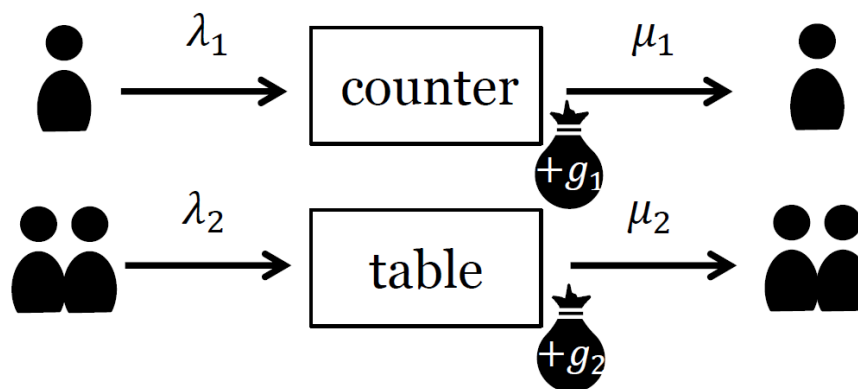


図 3 客の出入りのモデル化

## 第3章 モデルの定式化

### 3.1 準備

客席案内の戦略は客の来店時の店内の混み具合に依存すると考えられる。そこで、カウンタ席に座る1人客の数が  $i$ 、テーブル席に座る1人客の数が  $j$ 、テーブル席に座る2人客の組数が  $k$  のとき、1人客の案内方法を表現する以下の変数を導入する。

$$s_{1,c}(i, j, k) = \begin{cases} 1, & \text{カウンタ席に案内する} \\ 0, & \text{カウンタ席に案内しない} \end{cases}$$
$$s_{1,t}(i, j, k) = \begin{cases} 1, & \text{テーブル席に案内する} \\ 0, & \text{テーブル席に案内しない} \end{cases}$$

同様に、2人客の案内方法を表現する変数として

$$s_2(i, j, k) = \begin{cases} 1, & \text{テーブル席に案内する} \\ 0, & \text{テーブル席に案内しない} \end{cases}$$

を定義する。

例えば、テーブル席  $N$  台、カウンタ席  $M$  席として、1人客はカウンタ席またはテーブル席それぞれ空いている場合に案内する場合は

$$s_{1,c}(i, j, k) = \begin{cases} 1, & i < M \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad s_{1,t}(i, j, k) = \begin{cases} 1, & j + k < N \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

同様に、2人客はテーブル席が空いている場合に案内する場合は

$$s_2(i, j, k) = \begin{cases} 1, & j + k < N \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

のように表す。

### 3.2 定常状態確率

時刻  $t$  でカウンタ席に座る 1 人客の数を  $X_{1,c}(t)$ ，テーブル席に座る 1 人客の数を  $X_{1,t}(t)$ ，テーブル席に座る 2 人客の組数を  $X_2(t)$  とする。

$(X_{1,c}(t), X_{1,t}(t), X_2(t))$  の時間変化は連続時間マルコフ連鎖に従う。

マルコフ連鎖は再帰的であると仮定すると，マルコフ連鎖は定常状態

$$\mathbf{X} = (X_{1,c}, X_{1,t}, X_2) = \lim_{t \rightarrow \infty} (X_{1,c}(t), X_{1,t}(t), X_2(t)),$$

を有する。ここで，

$$\pi(i, j, k) \stackrel{\text{def}}{=} P(X_{1,c} = i, X_{1,t} = j, X_2 = k),$$

$$s_1(i, j, k) \stackrel{\text{def}}{=} s_{1,c}(i, j, k) + s_{1,t}(i, j, k).$$

状態  $(i, j, k)$  からそれぞれの状態へ推移する様子を以下に示す。

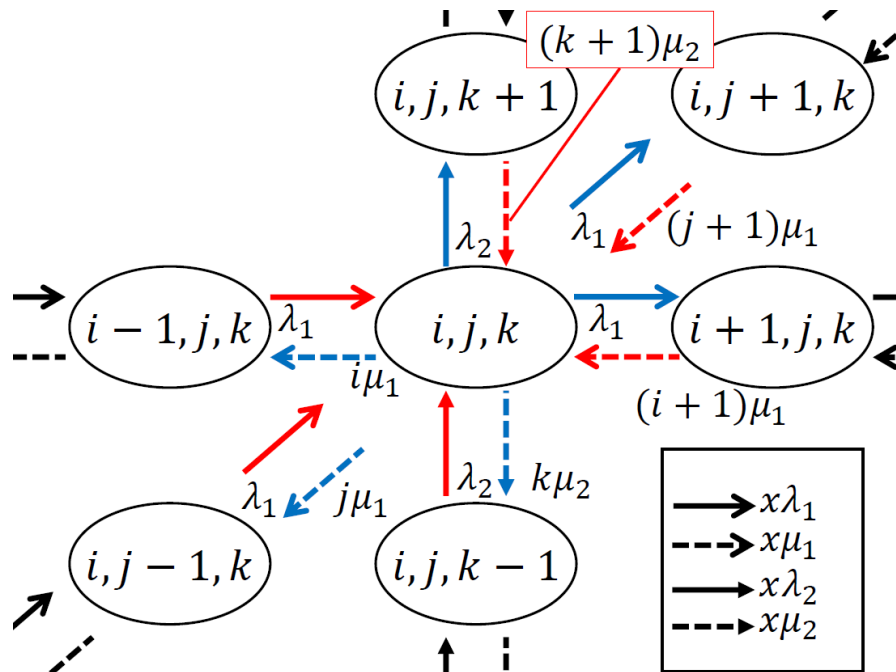


図 4 状態推移図 ( $x$ は係数)

まず、カウンタ席の状態推移は以下のように表せる。

1人客について (図 4: 横方向)

• 状態 $(i-1, j, k)$ と状態 $(i, j, k)$

$$\lambda_1 s_{1,c}(i-1, j, k)\pi(i-1, j, k) = \mu_1 i \pi(i, j, k)$$

• 状態 $(i, j, k)$ と状態 $(i+1, j, k)$

$$\lambda_1 s_{1,c}(i, j, k)\pi(i, j, k) = \mu_1 (i+1)\pi(i+1, j, k)$$

次に、テーブル席の状態推移は以下のように表せる。

1人客について (図 4: 斜め方向)

• 状態 $(i, j-1, k)$ と状態 $(i, j, k)$

$$\lambda_1 s_{1,t}(i, j-1, k)\pi(i, j-1, k) = \mu_1 j \pi(i, j, k)$$

• 状態 $(i, j, k)$ と状態 $(i, j+1, k)$

$$\lambda_1 s_{1,t}(i, j, k)\pi(i, j, k) = \mu_1 (j+1)\pi(i, j+1, k)$$

2人客について (図 4: 縦方向)

• 状態 $(i, j, k-1)$ と状態 $(i, j, k)$

$$\lambda_2 s_2(i, j, k-1)\pi(i, j, k-1) = \mu_2 k \pi(i, j, k)$$

• 状態 $(i, j, k)$ と状態 $(i, j, k+1)$

$$\lambda_2 s_2(i, j, k)\pi(i, j, k) = \mu_2 (k+1)\pi(i, j, k+1)$$

これらを整理すると、 $\pi(i, j, k)$ は以下の大域平衡方程式を満たす。

$$\begin{aligned} & \{\lambda_1 s_1(i, j, k) + \lambda_2 s_2(i, j, k) + \mu_1(i+j) + \mu_2 k\}\pi(i, j, k) \\ & = \lambda_1 \{s_{1,c}(i-1, j, k)\pi(i-1, j, k) + s_{1,t}(i, j-1, k)\pi(i, j-1, k)\} \\ & \quad + \lambda_2 s_2(i, j, k-1)\pi(i, j, k-1) + \mu_1(i+1)\pi(i+1, j, k) \\ & \quad + \mu_1(j+1)\pi(i, j+1, k) + \mu_2(k+1)\pi(i, j, k+1). \end{aligned} \quad (1)$$

(1)式において、左辺は、状態 $(i, j, k)$ から出るフロー(図 4: 青矢印)を表し、右辺は、状態 $(i, j, k)$ に入るフロー(図 4: 赤矢印)を表す。

定常状態確率 $\{\pi(i, j, k)\}_{i, j, k}$ は確率の総和が1であること

$$\sum_{i, j, k} \pi(i, j, k) = 1,$$

と大域平衡方程式(1)からなる線形の連立方程式を解いて求めることができる。

1人客および2人客が来店時に客席に案内される確率(それぞれ $a_1, a_2$ とする)は、定常状態確率から以下のように求まる。

$$a_1 = \sum_{i, j, k} \pi(i, j, k) s_1(i, j, k),$$

$$a_2 = \sum_{i, j, k} \pi(i, j, k) s_2(i, j, k).$$

また、1人客および2人客が来店時に断られる確率(それぞれ $b_1, b_2$ とする)は、

$$b_1 = 1 - a_1 = 1 - \sum_{i, j, k} \pi(i, j, k) s_1(i, j, k),$$

$$b_2 = 1 - a_2 = 1 - \sum_{i, j, k} \pi(i, j, k) s_2(i, j, k).$$

( $b_1, b_2$ は損失率という。)

単位時間あたりに得られる売上 $g$ は

$$g = \lambda_1 g_1 a_1 + \lambda_2 g_2 a_2 = \sum_{i, j, k} \pi(i, j, k) \{ \lambda_1 g_1 s_1(i, j, k) + \lambda_2 g_2 s_2(i, j, k) \}.$$

店内の1人客の期待値 $E[X_1] = E[X_{1,c} + X_{1,t}]$ および2人客の期待値 $E[X_2]$ も以下のように求まる。

$$E[X_1] = \sum_{i, j, k} (i + j) \pi(i, j, k), \quad E[X_2] = \sum_{i, j, k} k \pi(i, j, k).$$

## 第4章 提案手法

### 4.1 初期案内戦略

下記で述べる最適案内戦略と比較するために標準となる客席案内戦略を設定する。

#### I. 1人客に対する客席案内戦略として

I-I 1人客を断る： $s_{1,c}(i,j,k) = 0$ ,  $s_{1,t}(i,j,k) = 0$ .

カウンタ席が満席 かつ テーブル席が満席 ( $i = M \cap j + k = N$ )

I-II カウンタ席に案内する： $s_{1,c}(i,j,k) = 1$ ,  $s_{1,t}(i,j,k) = 0$ .

カウンタ席が空席 ( $i < M$ )

I-III テーブル席に案内する： $s_{1,c}(i,j,k) = 0$ ,  $s_{1,t}(i,j,k) = 1$ .

カウンタ席が満席 かつ テーブル席が空席 ( $i = M \cap j + k < N$ )

#### II. 2人客に対する客席案内戦略として

II-I 2人客を断る： $s_2(i,j,k) = 0$ .

テーブル席が満席 ( $j + k = N$ )

II-II テーブル席に案内する： $s_2(i,j,k) = 1$ .

テーブル席が空席 ( $j + k < N$ )

例えば、テーブル席が( $N=$ )3席、カウンタ席が( $M=$ )4席の飲食店があるとし、  
店内に、カウンタ1人客が( $i=$ )4人、テーブル1人客が( $j=$ )1人、  
テーブル2人客が( $k=$ )1人のとき、つまり状態(4,1,1)の場合、

1人客来店時： $s_{1,c}(i,j,k) = 0$ ,  $s_{1,t}(i,j,k) = 1$ .

(カウンタ席が満席 かつ テーブル席が空席) よりテーブル席に案内する。

2人客来店時： $s_2(i,j,k) = 1$ .

(テーブル席が空席) よりテーブル席に案内する。



客席案内方法を以下のような記号で表す。

表 2 案内記号

案内方法	案内記号	案内方法	案内記号
カウンタ席案内	カ○	断る（空席）	×
テーブル席案内	テ○	断る（満席）	×

例えば，テーブル席が 3 席，カウンタ席が 4 席の初期案内戦略を以下に示す。

表 3 初期案内戦略  $N = 3, M = 4$

店内状態 ( $i, j, k$ )	1人客 案内	2人客 案内	店内状態 ( $i, j, k$ )	1人客 案内	2人客 案内
(0,0,0)	カ○	テ○	(0,1,1)	カ○	テ○
(1,0,0)	カ○	テ○	(1,1,1)	カ○	テ○
(2,0,0)	カ○	テ○	(2,1,1)	カ○	テ○
(3,0,0)	カ○	テ○	(3,1,1)	カ○	テ○
(4,0,0)	テ○	テ○	(4,1,1)	テ○	テ○
(0,0,1)	カ○	テ○	(0,1,2)	カ○	×
(1,0,1)	カ○	テ○	(1,1,2)	カ○	×
(2,0,1)	カ○	テ○	(2,1,2)	カ○	×
(3,0,1)	カ○	テ○	(3,1,2)	カ○	×
(4,0,1)	テ○	テ○	(4,1,2)	×	×
(0,0,2)	カ○	テ○	(0,2,0)	カ○	テ○
(1,0,2)	カ○	テ○	(1,2,0)	カ○	テ○
(2,0,2)	カ○	テ○	(2,2,0)	カ○	テ○
(3,0,2)	カ○	テ○	(3,2,0)	カ○	テ○
(4,0,2)	テ○	テ○	(4,2,0)	テ○	テ○
(0,0,3)	カ○	×	(0,2,1)	カ○	×
(1,0,3)	カ○	×	(1,2,1)	カ○	×
(2,0,3)	カ○	×	(2,2,1)	カ○	×
(3,0,3)	カ○	×	(3,2,1)	カ○	×
(4,0,3)	×	×	(4,2,1)	×	×
(0,1,0)	カ○	テ○	(0,3,0)	カ○	×
(1,1,0)	カ○	テ○	(1,3,0)	カ○	×
(2,1,0)	カ○	テ○	(2,3,0)	カ○	×
(3,1,0)	カ○	テ○	(3,3,0)	カ○	×
(4,1,0)	テ○	テ○	(4,3,0)	×	×

## 4.2 マルコフ決定過程による最適戦略

カウンタ席に座る 1 人客の数が  $i$ 、テーブル席に座る 1 人客の数が  $j$ 、テーブル席に座る 2 人客の組数が  $k$  の状態から開始して、十分長い時間  $t$  が経過するまでに得られる総売上  $G(t; i, j, k)$  が

$$G(t; i, j, k) = g(i, j, k) + gt,$$

と表されるとする。このとき次が得られる。

$$\begin{aligned} g = & \lambda_1 \{s_{1,c}(i, j, k)(g_1 + g(i + 1, j, k)) + s_{1,t}(i, j, k)(g_1 + g(i, j + 1, k))\} \\ & + \lambda_2 s_2(i, j, k)(g_2 + g(i, j, k + 1)) \\ & + \mu_1 i g(i - 1, j, k) + \mu_1 j g(i, j - 1, k) + \mu_2 k g(i, j, k - 1) \\ & - \{\lambda_1 s_1(i, j, k) + \lambda_2 s_2(i, j, k) + \mu_1(i + j) + \mu_2 k\} g(i, j, k). \end{aligned} \quad (2)$$

これは次のようにかける。

$$\begin{aligned} & \lambda_1 g_1 s_1(i, j, k) + \lambda_2 g_2 s_2(i, j, k) \\ = & g + \{\lambda_1 s_1(i, j, k) + \lambda_2 s_2(i, j, k) + \mu_1(i + j) + \mu_2 k\} g(i, j, k) \\ & - \lambda_1 \{s_{1,c}(i, j, k)g(i + 1, j, k) + s_{1,t}(i, j, k)g(i, j + 1, k)\} \\ & - \lambda_2 s_2(i, j, k)g(i, j, k + 1) \\ & - \mu_1 i g(i - 1, j, k) - \mu_1 j g(i, j - 1, k) - \mu_2 k g(i, j, k - 1). \end{aligned} \quad (3)$$

いま  $(X_{1,c}, X_{1,t}, X_2)$  の取り得る値の組を辞書式に並べるとする。

例えば、 $X_{1,t} = k (\leq N)$  のときの状態は、

$$(0, k, 0), \dots, (M, k, 0), (0, k, 1), \dots, (M, k, 1), \dots, (0, k, N - k), \dots, (M, k, N - k),$$

と並べる。状態数 =  $(M + 1)(N - k + 1)$ 。

$(X_{1,c}, X_{1,t}, X_2)$ の取り得る組数 (総状態数)  $K$  は,

$$K = \sum_{k=0}^N (M+1)(N-k+1) = (M+1) \sum_{k=1}^{N+1} k = \frac{(M+1)(N+1)(N+2)}{2}.$$

式(3)は $\{g(i, j, k)\}_{i,j,k}$ および  $g$  に関する  $K$  本の連立方程式となっている。

例えば,  $g(0,0,0) = 0$ とおくと,  $\{g(i, j, k)\}_{i,j,k}$ のうち未知なものは残り $K - 1$ 個となり,  $g$ とあわせて未知変数は $K$ 個であるので, 連立方程式からそれらを求めることができる。

$$\mathbf{g} = (g, g(1,0,0), g(2,0,0), \dots, g(M, 0,0), g(0,0,1), \dots, g(M, N, 0)), \quad g(0,0,0) = 0,$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \lambda_1 g_1 s_1(0,0,0) + \lambda_2 g_2 s_2(0,0,0) \\ \lambda_1 g_1 s_1(1,0,0) + \lambda_2 g_2 s_2(1,0,0) \\ \vdots \\ \lambda_1 g_1 s_1(M, N, 0) + \lambda_2 g_2 s_2(M, N, 0) \end{bmatrix}.$$

とおくと, 式(3)は $\mathbf{q} = A\mathbf{g}$ の形に書くことができる ( $A$ は $K \times K$ の正方行列)。

これを解くことによって,  $\mathbf{g}$ を求めることができる。

ここで, 総状態数  $K = \frac{(M+1)(N+1)(N+2)}{2}$  は, テーブル席数, カウンタ席数が増えると, 非常に大きな数となり, この連立方程式を解くことが困難になる。

(このことは次元の呪い (Curse of dimensionality) と呼ばれる。[9])

これらのことから, 本研究ではテーブル席およびカウンタ席数を少ない数に限定することで, この問題に対応する。

#### 4.2.1 最適戦略決定アルゴリズム

式(2)は次の形にも書ける。

$$\begin{aligned}
 g = & \lambda_1 \{ s_{1,c}(i,j,k)(g_1 + g(i+1,j,k) - g(i,j,k)) \\
 & + s_{1,t}(i,j,k)(g_1 + g(i,j+1,k) - g(i,j,k)) \} \\
 & + \lambda_2 s_2(i,j,k)(g_2 + g(i,j,k+1) - g(i,j,k)) \\
 & + \mu_1 i g(i-1,j,k) + \mu_1 j g(i,j-1,k) + \mu_2 k g(i,j,k-1) \\
 & - \{ \mu_1(i+j) + \mu_2 k \} g(i,j,k).
 \end{aligned} \tag{4}$$

式(4)で  $s_{1,c}(i,j,k)(g_1 + g(i+1,j,k) - g(i,j,k))$  の部分に着目する。

ここで、 $g_1 + g(i+1,j,k)$ は1人客をカウンタ席に案内して状態 $(i,j,k)$ から状態 $(i+1,j,k)$ に移った場合の利得を、 $g(i,j,k)$ は1人客の入店を断り状態 $(i,j,k)$ に留まった場合の利得を表している。従って、前者の方が大きければ  $s_{1,c}(i,j,k) = 1$  とする方が良く、逆に後者の方が大きければ  $s_{1,c}(i,j,k) = 0$  とする方が良いことをこの式は示している。(図5)

同様に、 $s_{1,t}(i,j,k)(g_1 + g(i,j+1,k) - g(i,j,k))$ において、 $g_1 + g(i,j+1,k)$ は1人客をテーブル席に案内して状態 $(i,j,k)$ から状態 $(i,j+1,k)$ に移った場合の利得を、 $g(i,j,k)$ は1人客の入店を断り状態 $(i,j,k)$ に留まった場合の利得を表している。従って、前者の方が大きければ  $s_{1,t}(i,j,k) = 1$  とする方が良く、逆に後者の方が大きければ  $s_{1,t}(i,j,k) = 0$  とする方が良いことをこの式は示している。

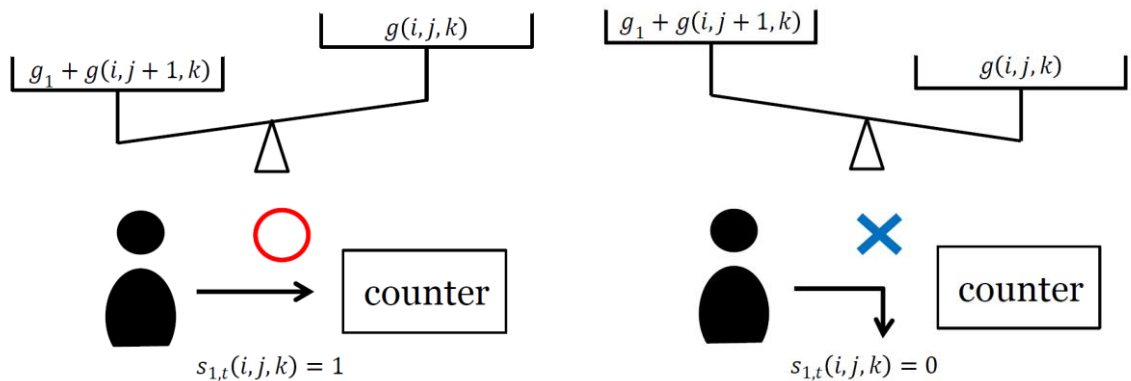


図5 カウンタ席案内条件

## 4.3 最適案内戦略

4.2 節より,  $\{g(i, j, k)\}_{i, j, k}$  が求まれば以下の 1 人客に対する客席案内戦略が得られる.

I'. 1 人客に対する客席案内戦略として

I'-I 1 人客を断る:  $s_{1,c}(i, j, k) = 0, s_{1,t}(i, j, k) = 0$ .

カウンタ席案内  $\leq$  状態維持 かつ テーブル席案内  $\leq$  状態維持

$$g_1 + g(i + 1, j, k) \leq g(i, j, k) \cap g_1 + g(i, j + 1, k) \leq g(i, j, k).$$

I'-II カウンタ席に案内する:  $s_{1,c}(i, j, k) = 1, s_{1,t}(i, j, k) = 0$ .

テーブル席案内  $\leq$  カウンタ席案内 かつ 状態維持  $<$  カウンタ席案内

$$g(i, j + 1, k) \leq g(i + 1, j, k) \cap g(i, j, k) < g_1 + g(i + 1, j, k).$$

I'-III テーブル席に案内する:  $s_{1,c}(i, j, k) = 0, s_{1,t}(i, j, k) = 1$ .

カウンタ席案内  $<$  テーブル席案内 かつ 状態維持  $<$  テーブル席案内

$$g(i + 1, j, k) < g(i, j + 1, k) \cap g(i, j, k) < g_1 + g(i, j + 1, k).$$

同様に, 2 人客に対する客席案内戦略が次のように得られる.

II'. 2 人客に対する客席案内戦略として

II'-I 2 人客を断る:  $s_2(i, j, k) = 0$ .

テーブル席案内  $\leq$  状態維持  $g_2 + g(i, j, k + 1) \leq g(i, j, k)$ .

II'-II テーブル席に案内する:  $s_2(i, j, k) = 1$ .

状態維持  $<$  テーブル席案内  $g(i, j, k) < g_2 + g(i, j, k + 1)$ .

客席案内戦略を変えると  $\{g(i, j, k)\}_{i, j, k}$  が変わるので,  $\{g(i, j, k)\}_{i, j, k}$  を計算し再び戦略を決定する.

4.1 節で述べた初期戦略から計算し, 戦略が収束するまでこの手順を繰り返すことで, 最適客席案内戦略が決定できる.

マルコフ決定過程によるこの戦略の決め方をハワードの政策反復法 [10] という.

## 第5章 数値計算による最適戦略の決定

### 5.1 数値計算の概要

本研究では、席の構成は、店内の席種がカウンタ 1 人席とテーブル 2 人席で構成されることの多い飲食店として、牛丼チェーン店を想定し、来店客の到着率および滞在時間は、やや混雑した時間帯からピーク時間帯を想定する。

到着率と滞在時間の関係は比で表せるため、影響のある到着率を変動させ、滞在時間を固定し、比較計算する。

従って、1 人客および 2 人客の滞在時間  $1/\mu_1$ ,  $1/\mu_2$  は  $1/3$  (20 分) に設定する。

また、1 人客利用率と 2 人客利用率を  $\rho_1$ ,  $\rho_2$  と呼び、以下のように定義する。

$$\rho_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1}, \quad \rho_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2}.$$

(来店客を断ることがあるため、ここでの利用率  $\rho$  は待ち行列理論における使用率とは厳密には異なる。)

次に、店内の混雑度の指標として混雑度  $d_c$  を以下のように定義する。

$$d_c = \frac{\rho_1 + \rho_2}{N + M}$$

最後に、1 人客および 2 人客の平均単価  $g_1$ ,  $g_2$  はともに 800 円~1600 円の間で設定する。ここでいう 2 人客の平均単価は、「2 人客の 1 人あたりの平均単価」ではなく、「2 人客の 2 人分の平均単価」を意味する。

最適戦略になる (収束する) までに戦略が変わった数を収束回数と呼ぶことにする。ただし、初期戦略が最適戦略のときを 1 とする。

本研究の数値計算は以下の3点のパラメータを変え、最適戦略の比較を行う。

- ・カウンタ席数およびテーブル席数  $N, M$
- ・1人客および2人客の到着率  $\lambda_1, \lambda_2$
- ・1人客および2人客の平均単価  $g_1, g_2$  の値 (すなわち,  $g_1, g_2$  の比)。

数値計算に用いるパラメータ例として以下に示す。

表 4 パラメータ例

テーブル席数	$N$	3 [席]
カウンタ席数	$M$	2 [席]
1人客到着率	$\lambda_1$	8 [組/時]
2人客到着率	$\lambda_2$	6 [組/時]
1人客滞在時間	$1/\mu_1$	1/3 [時]
2人客滞在時間	$1/\mu_2$	1/3 [時]
1人客平均単価	$g_1$	1600 [円]
2人客平均単価	$g_2$	800 [円]

本研究では、数値計算のプログラムをC言語で作成した。

## 5.2 数値計算の結果と考察

はじめに、3.2節で単位時間あたりに得られる売上  $g$  は

$$g = \lambda_1 g_1 a_1 + \lambda_2 g_2 a_2$$

とした。

これより売上の向上に、来店客の平均単価と到着率が大きく関わっていると仮定し、

- ・1人客および2人客の平均単価  $g_1, g_2$
- ・1人客および2人客の到着率  $\lambda_1, \lambda_2$

それぞれの値を固定し、他のパラメータの値を変化させ数値計算を行い比較する。

### 5.2.1 1人客の平均単価が高い場合( $g_1 > g_2$ )

カウンタ席数4，テーブル席数3の席数の店舗を一例に考察する。

カウンタ席数4，テーブル席数3， $g_1 = 1600$ ， $g_2 = 800$ のときの結果を以下に示す。

表 5 上から， $g_1 > g_2$ のときの売上増加率[%]，混雑度[%]，収束回数

増加率 [%]	テーブル席数	3											
	2人客到着率	4	5	6	7	8	9	10	11	12	—	20	21
カウンタ席数	1人客到着率												
4	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	0	0
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	0	0
	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	0.0511	0.0638
	7	0	0	0	0	0	0	0	0.00089	0.0279	—	0.2055	0.2228
	8	0	0	0	0	0.0253	0.0631	0.1009	0.1379	0.1737	—	0.4026	0.4248
	9	0	0.0177	0.0612	0.109	0.1584	0.2079	0.2563	0.3031	0.3477	—	0.6296	0.6568
	10	0.0688	0.1233	0.1835	0.246	0.3086	0.3699	0.4291	0.4857	0.5394	—	0.8748	0.907
	11	0.1644	0.2378	0.3146	0.3918	0.4675	0.5406	0.6105	0.6768	0.7395	—	1.1285	1.1658
	12	0.2637	0.3557	0.4487	0.5402	0.6286	0.7132	0.7935	0.8694	0.941	—	1.3831	1.4255
											+		
	20	1.2414	1.5274	1.7992	2.0567	2.3	2.5296	2.7462	2.9506	3.1435	—	4.359	4.4801
	21	1.3592	1.6651	1.9547	2.2281	2.4859	2.7289	2.9578	3.1737	3.3774	—	4.7211	4.8566
22	1.474	1.8072	2.1235	2.4232	2.7066	2.9746	3.2279	3.4675	3.6943	—	5.1396	5.2839	

混雑度 [%]	テーブル席数	3											
	2人客到着率	4	5	6	7	8	9	10	11	12	—	20	21
カウンタ席数	1人客到着率												
4	4	38.09	42.85	47.61	52.38	57.14	61.9	66.66	71.42	76.19	—	114.3	119
	5	42.85	47.61	52.38	57.14	61.9	66.66	71.42	76.19	80.95	—	119	123.8
	6	47.61	52.38	57.14	61.9	66.66	71.42	76.19	80.95	85.71	—	123.8	128.6
	7	52.38	57.14	61.9	66.66	71.42	76.19	80.95	85.71	90.47	—	128.6	133.3
	8	57.14	61.9	66.66	71.42	76.19	80.95	85.71	90.47	95.23	—	133.3	138.1
	9	61.9	66.66	71.42	76.19	80.95	85.71	90.47	95.23	100	—	138.1	142.9
	10	66.66	71.42	76.19	80.95	85.71	90.47	95.23	100	104.7	—	142.9	147.6
	11	71.42	76.19	80.95	85.71	90.47	95.23	100	104.7	109.5	—	147.6	152.4
	12	76.19	80.95	85.71	90.47	95.23	100	104.7	109.5	114.3	—	152.4	157.1
											+		
	20	114.3	119	123.8	128.6	133.3	138.1	142.9	147.6	152.4	—	190.5	195.2
	21	119	123.8	128.6	133.3	138.1	142.9	147.6	152.4	157.1	—	195.2	200
22	123.8	128.6	133.3	138.1	142.9	147.6	152.4	157.1	161.9	—	200	204.8	

収束計算回数 [回]	テーブル席数	3											
	2人客到着率	4	5	6	7	8	9	10	11	12	—	20	21
カウンタ席数	1人客到着率												
4	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	—	1	1
	5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	—	1	1
	6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	—	2	2
	7	1	1	1	1	1	1	1	1	2	—	2	2
	8	1	1	1	1	1	2	2	2	2	—	2	2
	9	1	2	2	2	2	2	2	2	2	—	2	2
	10	2	2	2	2	2	2	2	2	2	—	3	3
	11	2	2	2	2	2	2	2	3	3	—	3	3
	12	2	3	3	3	3	3	3	3	3	—	3	3
											+		
	20	3	3	3	3	4	4	4	4	4	—	4	4
	21	4	4	4	4	4	4	4	3	3	—	4	3
22	3	3	3	3	4	4	4	4	4	—	4	4	

表 5 より特徴として，店内混雑度が同じ値でも，1人客の到着率が高いほど売上増加率が上がっていることがわかる。1人客の平均単価が高い( $g_1 > g_2$ )ため，1人客の到着率が売上増加に影響していることが確認できる。逆に，2人客の到着率はあまり



影響しないことも確認できる。また、店内混雑度が高いほど、最適戦略に収束するまでにかかる回数が多い傾向がある。

次に案内戦略について述べる。

表 5 において、店内混雑度が 100%と 200%のケースの案内戦略を以下に示す。

・店内混雑度が 100%のとき

1 人客および 2 人客の到着率が、それぞれ  $\lambda_1 = 10$ ,  $\lambda_2 = 11$ ,

1 人客および 2 人客の平均単価  $g_1 = 1600$ ,  $g_2 = 800$ のとき

売上増加率 0.4857%。(18366.24→18455.45) 2 戦略目で収束

表 6  $g_1 > g_2$ のときの混雑度 100%

店内状態 ( $i, j, k$ )	1人客 案内	2人客 案内	店内状態 ( $i, j, k$ )	1人客 案内	2人客 案内
(0,0,0)	カ○	テ○	(0,1,1)	カ○	テ○
(1,0,0)	カ○	テ○	(1,1,1)	カ○	テ○
(2,0,0)	カ○	テ○	(2,1,1)	カ○	テ○
(3,0,0)	カ○	テ○	(3,1,1)	カ○	テ○
(4,0,0)	テ○	テ○	(4,1,1)	テ○	×
(0,0,1)	カ○	テ○	(0,1,2)	カ○	×
(1,0,1)	カ○	テ○	(1,1,2)	カ○	×
(2,0,1)	カ○	テ○	(2,1,2)	カ○	×
(3,0,1)	カ○	テ○	(3,1,2)	カ○	×
(4,0,1)	テ○	テ○	(4,1,2)	×	×
(0,0,2)	カ○	テ○	(0,2,0)	カ○	テ○
(1,0,2)	カ○	テ○	(1,2,0)	カ○	テ○
(2,0,2)	カ○	テ○	(2,2,0)	カ○	テ○
(3,0,2)	カ○	テ○	(3,2,0)	カ○	テ○
(4,0,2)	テ○	×	(4,2,0)	テ○	×
(0,0,3)	カ○	×	(0,2,1)	カ○	×
(1,0,3)	カ○	×	(1,2,1)	カ○	×
(2,0,3)	カ○	×	(2,2,1)	カ○	×
(3,0,3)	カ○	×	(3,2,1)	カ○	×
(4,0,3)	×	×	(4,2,1)	×	×
(0,1,0)	カ○	テ○	(0,3,0)	カ○	×
(1,1,0)	カ○	テ○	(1,3,0)	カ○	×
(2,1,0)	カ○	テ○	(2,3,0)	カ○	×
(3,1,0)	カ○	テ○	(3,3,0)	カ○	×
(4,1,0)	テ○	テ○	(4,3,0)	×	×

・店内混雑度が 200%のとき

1 人客および 2 人客の到着率が、それぞれ  $\lambda_1 = 21$ ,  $\lambda_2 = 21$  のとき,

1 人客および 2 人客の平均単価  $g_1 = 1600$ ,  $g_2 = 800$  のとき

売上増加率 4.8566%. (24298.38→25458.38→25478.47) 3 戦略目で収束

表 7  $g_1 > g_2$  のときの混雑度 200%

店内状態 ( $i, j, k$ )	1 人客 案内	2 人客 案内	店内状態 ( $i, j, k$ )	1 人客 案内	2 人客 案内
(0,0,0)	カ○	テ○	(0,1,1)	カ○	テ○
(1,0,0)	カ○	テ○	(1,1,1)	カ○	テ○
(2,0,0)	カ○	テ○	(2,1,1)	カ○	×
(3,0,0)	カ○	テ○	(3,1,1)	カ○	×
(4,0,0)	テ○	×	(4,1,1)	テ○	×
(0,0,1)	カ○	テ○	(0,1,2)	カ○	×
(1,0,1)	カ○	テ○	(1,1,2)	カ○	×
(2,0,1)	カ○	テ○	(2,1,2)	カ○	×
(3,0,1)	カ○	×	(3,1,2)	カ○	×
(4,0,1)	テ○	×	(4,1,2)	×	×
(0,0,2)	カ○	テ○	(0,2,0)	カ○	テ○
(1,0,2)	カ○	テ○	(1,2,0)	カ○	テ○
(2,0,2)	カ○	×	(2,2,0)	カ○	×
(3,0,2)	カ○	×	(3,2,0)	カ○	×
(4,0,2)	テ○	×	(4,2,0)	テ○	×
(0,0,3)	カ○	×	(0,2,1)	カ○	×
(1,0,3)	カ○	×	(1,2,1)	カ○	×
(2,0,3)	カ○	×	(2,2,1)	カ○	×
(3,0,3)	カ○	×	(3,2,1)	カ○	×
(4,0,3)	×	×	(4,2,1)	×	×
(0,1,0)	カ○	テ○	(0,3,0)	カ○	×
(1,1,0)	カ○	テ○	(1,3,0)	カ○	×
(2,1,0)	カ○	テ○	(2,3,0)	カ○	×
(3,1,0)	カ○	×	(3,3,0)	カ○	×
(4,1,0)	テ○	×	(4,3,0)	×	×

表 6, 表 7 において, 店内状態が黄色の場合, 初期戦略と異なった戦略であることを示している. 混雑度が 200% のほうが, テーブル席が空いているにもかかわらず 2 人客の案内を断っている場合が多いことがわかる. これは, 1 人客の平均単価が 2 人客より高く, 1 人客の到着率が高いため, 来店した 2 人客よりも, これから来店し得る 1 人客を優先した結果といえる.

次に、店内混雑度 200%のときの状態遷移図を以下に示す。図の簡略化のため客の到着したときの状態遷移のみを表した。(客の退去による状態遷移を省略した。)

・テーブル席に座る 1 人客の数が 0 組のとき ( $j = 0$ )

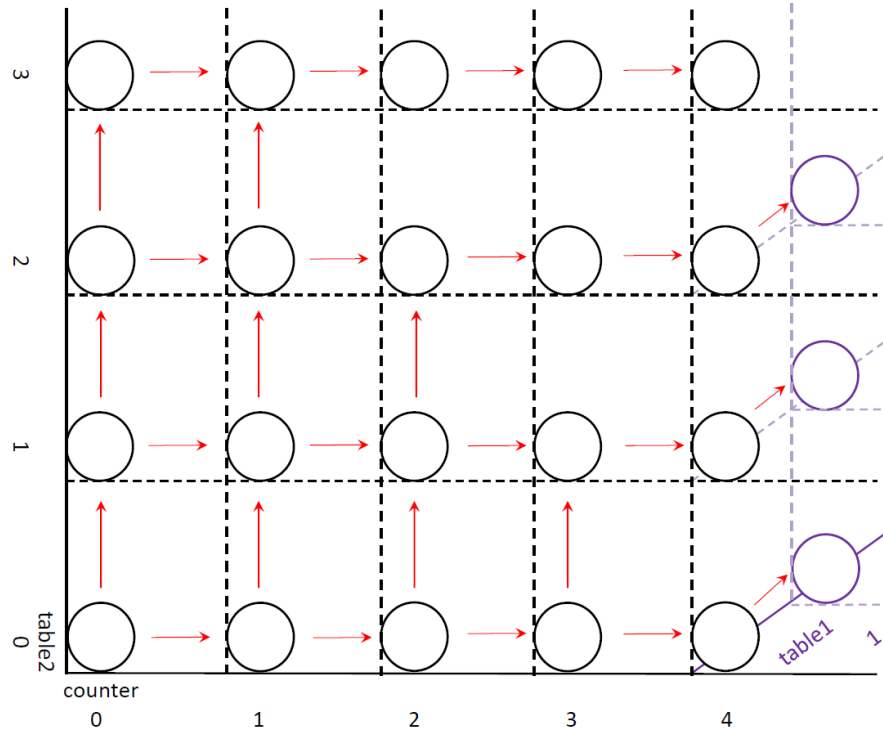


図 6  $j = 0$ のときの状態遷移図( $g_1 > g_2$ )

・テーブル席に座る 1 人客の数が 1 組のとき ( $j = 1$ )

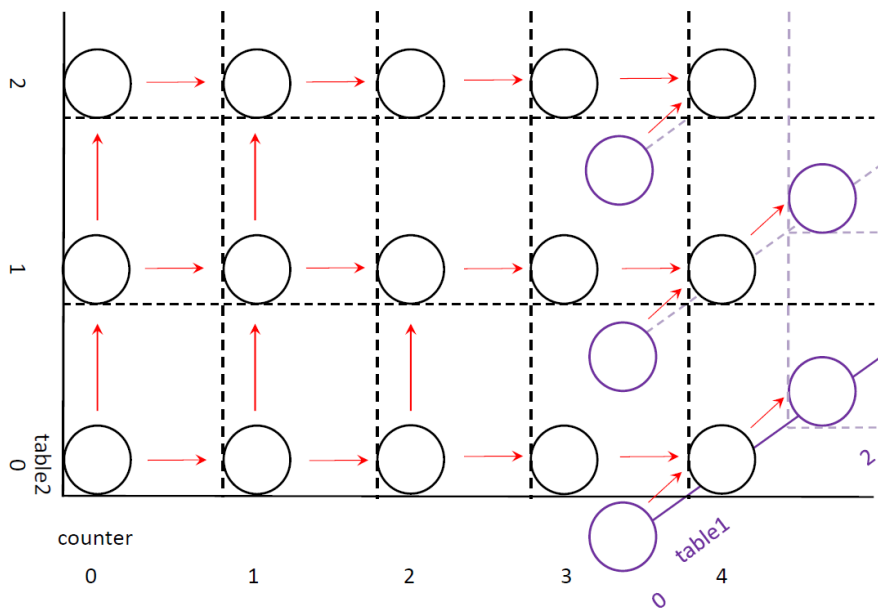


図 7  $j = 1$ のときの状態遷移図( $g_1 > g_2$ )

- テーブル席に座る 1 人客の数が 2 組のとき ( $j = 2$ )

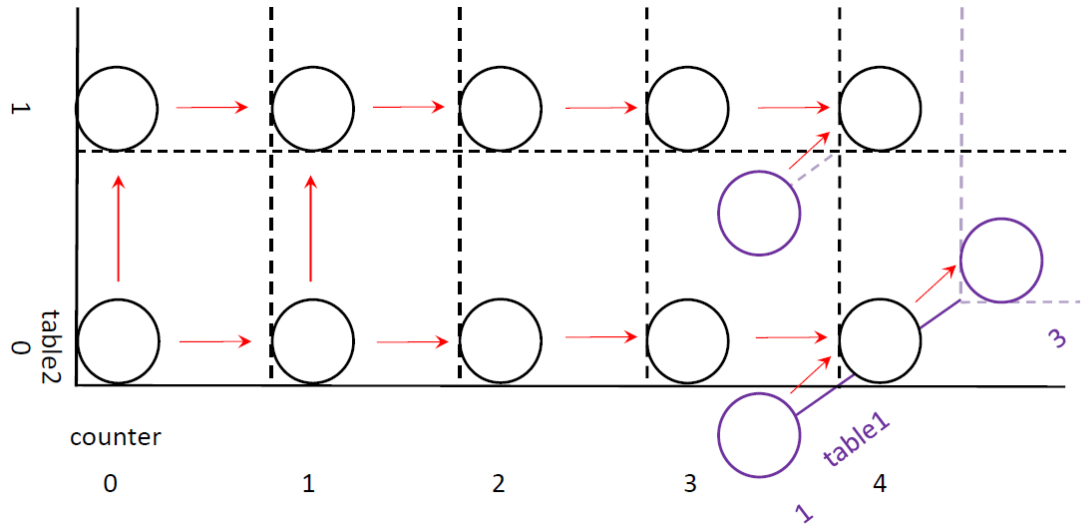


図 8  $j = 2$  のときの状態遷移図 ( $g_1 > g_2$ )

- テーブル席に座る 1 人客の数が 3 組のとき ( $j = 3$ )

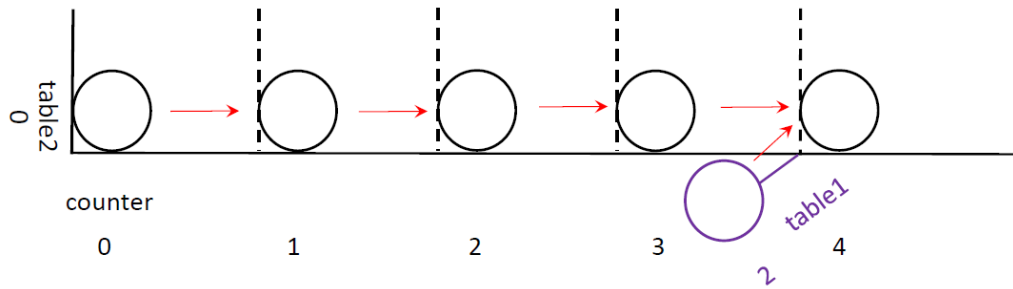


図 9  $j = 3$  のときの状態遷移図 ( $g_1 > g_2$ )

(横軸 counter はカウンタ席に座っている 1 人客の数,  
縦軸 table2 はテーブル席に座っている 2 人客の数,  
斜軸 table1 はテーブル席に座っている 1 人客の数をそれぞれ表している.)

表 8 案内確率と店内平均組数 ( $g_1 > g_2$ )

1 人客が案内される確率 $a_1$	72.9 [%]
2 人客が案内される確率 $a_2$	5.8 [%]
1 人客の人数の期待値 $E[X_1]$	5.1 [人]
2 人客の組数の期待値 $E[X_2]$	1.3 [組]

$g_1 > g_2$  では、1 人客を明らかに優先して案内していることがわかる。

## 5.2.2 2人客の平均単価が高い場合( $g_1 < g_2$ )

テーブル席数およびカウンタ席数が5.2.1節と同じ席数のときを例として考察する。  
 カウンタ席数4，テーブル席数3， $g_1 = 800$ ， $g_2 = 1600$ のときの結果を以下に示す。

表 9 上から， $g_1 < g_2$ のときの売上増加率[%]，混雑度[%]，収束回数

増加率 [%]	テーブル席数		3																			
	2人客到着率	1人客到着率	4	5	6	7	8	9	10	11	12	-	20	21	22							
カウンタ席数	1人客到着率																					
4	4	0	0	0.0247	0.0546	0.0772	0.094	0.1071	0.1252	0.1377	-	0.1559	0.154	0.1519								
	5	0	0	0.0559	0.1168	0.1628	0.1971	0.2243	0.2612	0.2868	-	0.3253	0.3216	0.3172								
	6	0	0	0.1045	0.2072	0.2848	0.3427	0.3895	0.4519	0.4953	-	0.5627	0.5565	0.5492								
	7	0	0	0.1717	0.3247	0.4403	0.5267	0.5979	0.691	0.7562	-	0.8603	0.8512	0.8405								
	8	0	0	0.2576	0.4665	0.6245	0.7428	0.8423	0.97	1.0598	-	1.2074	1.1952	1.1807								
	9	0	0.0103	0.361	0.6291	0.832	0.9843	1.1151	1.2798	1.3962	-	1.593	1.5776	1.5592								
	10	0	0.0507	0.4801	0.8085	1.0575	1.2449	1.4091	1.6121	1.7563	-	2.0071	1.9885	1.9663								
	11	0	0.1055	0.6129	1.0013	1.2964	1.5191	1.7181	1.9598	2.1326	-	2.4411	2.4196	2.3937								
	12	0	0.1737	0.757	1.204	1.5444	1.8021	2.0368	2.3172	2.5186	-	2.8882	2.8641	2.8346								
	20	0	1.0068	2.0698	2.8996	3.5464	4.0492	4.5671	5.1226	5.5369	-	6.4675	6.4357	error								
	21	0	1.124	error	3.0992	3.7771	4.3057	4.8566	5.4415	5.8794	-	6.8855	6.8543	error								

混雑度 [%]	テーブル席数		3																			
	2人客到着率	1人客到着率	4	5	6	7	8	9	10	11	12	-	20	21	22							
カウンタ席数	1人客到着率																					
4	4	38.09	42.85	47.61	52.38	57.14	61.9	66.66	71.42	76.19	-	114.3	119	123.8								
	5	42.85	47.61	52.38	57.14	61.9	66.66	71.42	76.19	80.95	-	119	123.8	128.6								
	6	47.61	52.38	57.14	61.9	66.66	71.42	76.19	80.95	85.71	-	123.8	128.6	133.3								
	7	52.38	57.14	61.9	66.66	71.42	76.19	80.95	85.71	90.47	-	128.6	133.3	138.1								
	8	57.14	61.9	66.66	71.42	76.19	80.95	85.71	90.47	95.23	-	133.3	138.1	142.9								
	9	61.9	66.66	71.42	76.19	80.95	85.71	90.47	95.23	100	-	138.1	142.9	147.6								
	10	66.66	71.42	76.19	80.95	85.71	90.47	95.23	100	104.7	-	142.9	147.6	152.4								
	11	71.42	76.19	80.95	85.71	90.47	95.23	100	104.7	109.5	-	147.6	152.4	157.1								
	12	76.19	80.95	85.71	90.47	95.23	100	104.7	109.5	114.3	-	152.4	157.1	161.9								
	20	114.3	119	123.8	128.6	133.3	138.1	142.9	147.6	152.4	-	190.5	195.2	200								
	21	119	123.8	128.6	133.3	138.1	142.9	147.6	152.4	157.1	-	195.2	200	204.7								

収束計算回数 [回]	テーブル席数		3																			
	2人客到着率	1人客到着率	4	5	6	7	8	9	10	11	12	-	20	21	22							
カウンタ席数	1人客到着率																					
4	4	1	1	2	2	2	2	2	2	2	-	2	2	2								
	5	1	1	2	2	2	2	2	2	2	-	2	2	2								
	6	1	1	2	2	2	2	2	2	2	-	2	2	2								
	7	1	1	2	2	2	2	2	2	2	-	2	2	2								
	8	1	1	2	2	2	2	2	2	2	-	2	2	2								
	9	1	2	2	2	2	2	2	2	2	-	2	2	2								
	10	1	2	2	2	2	2	2	2	2	-	2	2	2								
	11	1	2	2	2	2	2	2	2	2	-	2	2	2								
	12	1	2	2	2	2	2	2	2	2	-	2	2	2								
	20	1	2	2	2	3	3	2	2	3	-	3	3	error								
	21	1	2	error	2	3	3	2	2	3	-	3	3	error								

表 9 より特徴として，店内混雑度が同じ値でも，2人客の到着率が高いほど売上増加率が上がっていることがわかる。2人客の平均単価が高い( $g_1 < g_2$ )ため，2人客の到着率が売上増加に影響していることが確認できる。逆に，1人客の到着率はあまり影響しないことも確認できる。また，店内混雑度が高く，1人客の到着率が高いほど，最適戦略に収束するまでにかかる回数が多い傾向がある。

また，プログラムの精度が低いいためか，計算エラーが出てしまっている。

次に案内戦略について述べる。テーブル席数およびカウンタ席数が 5.2.1 節と同じ席数にすることで、平均単価の違いによる特徴も考察する。

表 9 において、店内混雑度が 100%と 200%のケースの案内戦略を以下に示す。

・店内混雑度が 100%のとき

1 人客および 2 人客の到着率が、それぞれ  $\lambda_1 = 10$ ,  $\lambda_2 = 11$ ,

1 人客および 2 人客の平均単価  $g_1 = 800$ ,  $g_2 = 1600$  のとき

売上増加率 1.6121%。(16035.67→16924.18) 2 戦略目で収束

表 10  $g_1 < g_2$  のときの混雑度 100%

店内状態 ( $i, j, k$ )	1 人客 案内	2 人客案 内	店内状態 ( $i, j, k$ )	1 人客 案内	2 人客案 内
(0,0,0)	カ○	テ○	(0,1,1)	カ○	テ○
(1,0,0)	カ○	テ○	(1,1,1)	カ○	テ○
(2,0,0)	カ○	テ○	(2,1,1)	カ○	テ○
(3,0,0)	カ○	テ○	(3,1,1)	カ○	テ○
(4,0,0)	テ○	テ○	(4,1,1)	×	テ○
(0,0,1)	カ○	テ○	(0,1,2)	カ○	×
(1,0,1)	カ○	テ○	(1,1,2)	カ○	×
(2,0,1)	カ○	テ○	(2,1,2)	カ○	×
(3,0,1)	カ○	テ○	(3,1,2)	カ○	×
(4,0,1)	×	テ○	(4,1,2)	×	×
(0,0,2)	カ○	テ○	(0,2,0)	カ○	テ○
(1,0,2)	カ○	テ○	(1,2,0)	カ○	テ○
(2,0,2)	カ○	テ○	(2,2,0)	カ○	テ○
(3,0,2)	カ○	テ○	(3,2,0)	カ○	テ○
(4,0,2)	×	テ○	(4,2,0)	×	テ○
(0,0,3)	カ○	×	(0,2,1)	カ○	×
(1,0,3)	カ○	×	(1,2,1)	カ○	×
(2,0,3)	カ○	×	(2,2,1)	カ○	×
(3,0,3)	カ○	×	(3,2,1)	カ○	×
(4,0,3)	×	×	(4,2,1)	×	×
(0,1,0)	カ○	テ○	(0,3,0)	カ○	×
(1,1,0)	カ○	テ○	(1,3,0)	カ○	×
(2,1,0)	カ○	テ○	(2,3,0)	カ○	×
(3,1,0)	カ○	テ○	(3,3,0)	カ○	×
(4,1,0)	×	テ○	(4,3,0)	×	×

・店内混雑度が 200%のとき

1 人客および 2 人客の到着率が、それぞれ  $\lambda_1 = 21$ ,  $\lambda_2 = 21$  のとき,

1 人客および 2 人客の平均単価  $g_1 = 800$ ,  $g_2 = 1600$  のとき

売上増加率 6.8543%. (18828.47→19586.07→20119.05) 3 戦略目で収束

表 11  $g_1 < g_2$  のときの混雑度 200%

店内状態 ( $i, j, k$ )	1 人客 案内	2 人客案 内	店内状態 ( $i, j, k$ )	1 人客 案内	2 人客案 内
(0,0,0)	カ○	テ○	(0,1,1)	カ○	テ○
(1,0,0)	カ○	テ○	(1,1,1)	カ○	テ○
(2,0,0)	カ○	テ○	(2,1,1)	カ○	テ○
(3,0,0)	カ○	テ○	(3,1,1)	カ○	テ○
(4,0,0)	テ○	テ○	(4,1,1)	×	テ○
(0,0,1)	カ○	テ○	(0,1,2)	カ○	×
(1,0,1)	カ○	テ○	(1,1,2)	カ○	×
(2,0,1)	カ○	テ○	(2,1,2)	カ○	×
(3,0,1)	カ○	テ○	(3,1,2)	カ○	×
(4,0,1)	×	テ○	(4,1,2)	×	×
(0,0,2)	カ○	テ○	(0,2,0)	カ○	テ○
(1,0,2)	カ○	テ○	(1,2,0)	カ○	テ○
(2,0,2)	カ○	テ○	(2,2,0)	カ○	テ○
(3,0,2)	カ○	テ○	(3,2,0)	カ○	テ○
(4,0,2)	×	テ○	(4,2,0)	×	テ○
(0,0,3)	カ○	×	(0,2,1)	カ○	×
(1,0,3)	カ○	×	(1,2,1)	カ○	×
(2,0,3)	カ○	×	(2,2,1)	カ○	×
(3,0,3)	カ○	×	(3,2,1)	カ○	×
(4,0,3)	×	×	(4,2,1)	×	×
(0,1,0)	カ○	テ○	(0,3,0)	カ○	×
(1,1,0)	カ○	テ○	(1,3,0)	カ○	×
(2,1,0)	カ○	テ○	(2,3,0)	カ○	×
(3,1,0)	カ○	テ○	(3,3,0)	カ○	×
(4,1,0)	×	テ○	(4,3,0)	×	×

表 10, 表 11 において、店内混雑度が高いほうが、テーブル席が空いているにもかかわらず 1 人客の案内を断っている場合が多く、2 人客を優先していることがわかる。

表 7 と表 11 を比べると、売上増加率の値と、単位時間あたりの売上の値に差がある。これは 1 人客と 2 人客の平均単価の比が関係していると考えられる。このことについて 5.2.3 節で平均単価の比を変化させ、戦略の効果を検討する。

5.2.1 節と同様に，店内混雑度 200%の状態遷移図を以下に示す。

- テーブル席に座る 1 人客の数が 0 組のとき ( $j = 0$ )

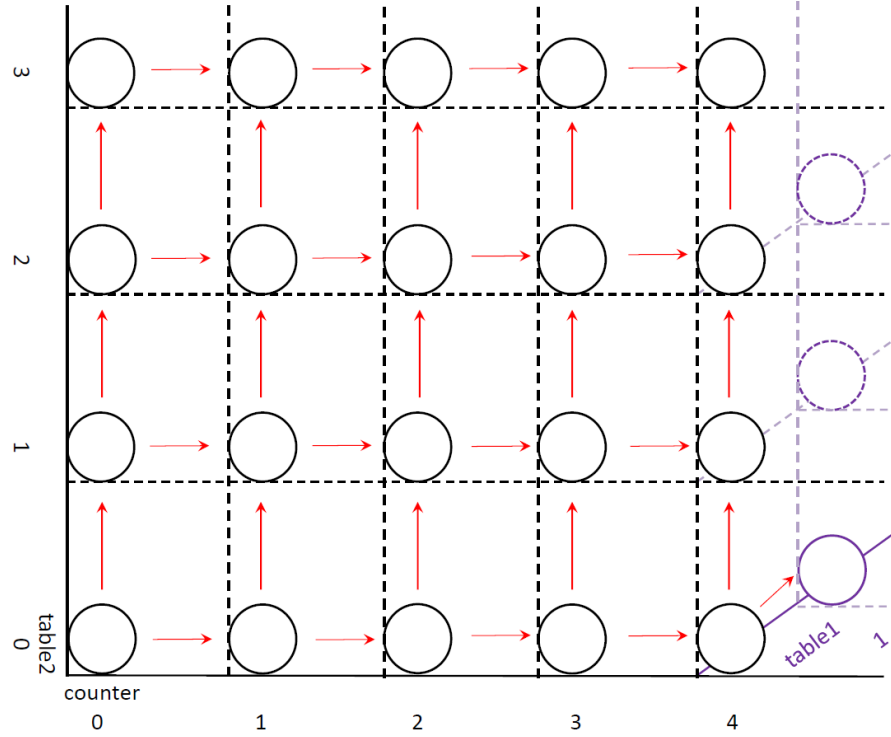


図 10  $j = 0$ のときの状態遷移図 ( $g_1 < g_2$ )

- テーブル席に座る 1 人客の数が 1 組のとき ( $j = 1$ )

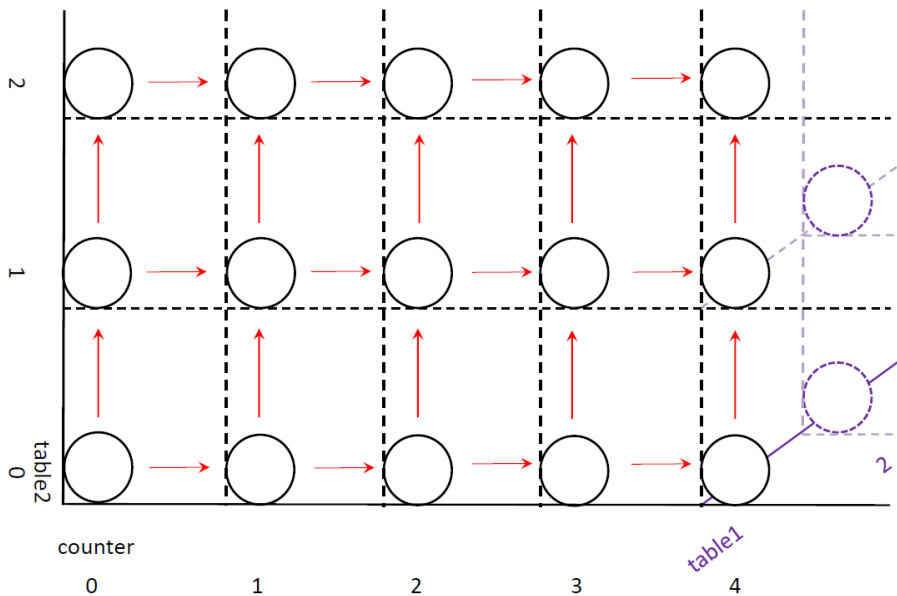


図 11  $j = 1$ のときの状態遷移図 ( $g_1 < g_2$ )



- テーブル席に座る 1 人客の数が 2 組のとき ( $j = 2$ )

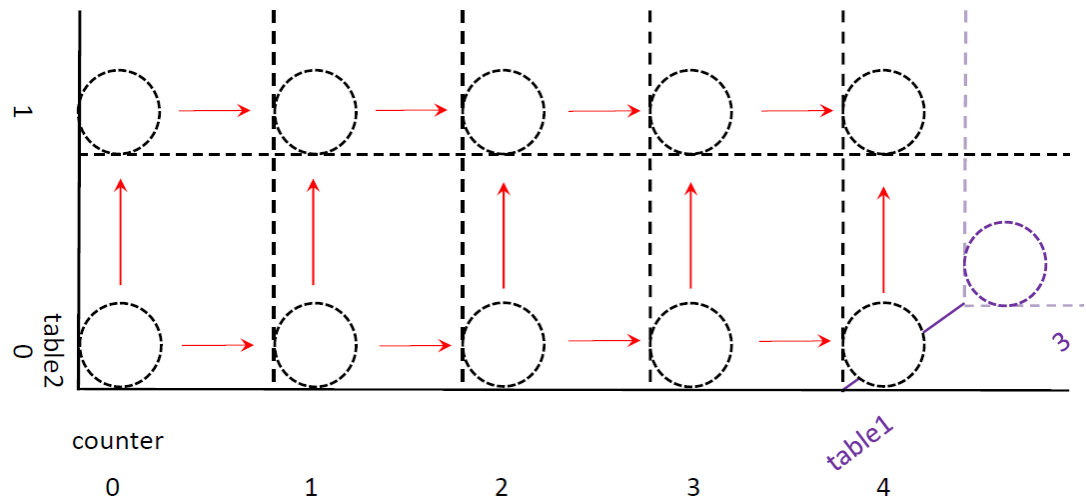


図 12  $j = 2$ のときの状態遷移図( $g_1 < g_2$ )

- テーブル席に座る 1 人客の数が 3 組のとき ( $j = 3$ )

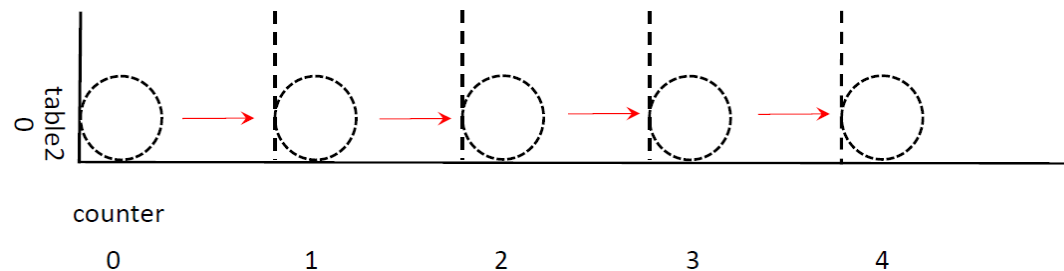


図 13  $j = 3$ のときの状態遷移図( $g_1 < g_2$ )

○が破線になっている状態は遷移 (存在) しない状態を表している。

表 12 案内確率と店内平均組数( $g_1 < g_2$ )

1 人客が案内される確率 $a_1$	47.3 [%]
2 人客が案内される確率 $a_2$	36.2 [%]
1 人客の人数の期待値 $E[X_1]$	3.3 [人]
2 人客の組数の期待値 $E[X_2]$	5.6 [組]

$g_1 < g_2$ では、表 8 に比べて 2 人客の店内平均組数がとても多いのがわかる。また、テーブル席に 1 人客が座る状態は存在しないが、テーブル席に 2 人客を優先して案内するから妥当であると考えられる。

### 5.2.3 平均単価の比による売上および売上増加率の変化

平均単価の比による売上および売上増加率の変化を求めるため、平均単価以外のパラメータを固定し、平均単価の比を変化させる。

変化が分かりやすいようにするため、固定するパラメータは、混雑度 200% のパラメータで設定した。

表 13 固定するパラメータ

テーブル席数 $N$	3 [席]
カウンタ席数 $M$	4 [席]
1人席到着率 $\lambda_1$	21 [人/時]
2人客到着率 $\lambda_2$	21 [組/時]
1人客滞在時間 $1/\mu_1$	1/3 [時]
2人客滞在時間 $1/\mu_2$	1/3 [時]

平均単価の比  $g_1:g_2$  を 1~5 の値に設定する。

表 14 平均単価の比  $g_1:g_2$

$g_1:g_2$	1:1	2:1	3:1	4:1	5:1
$g_1$	800	1600	2400	3200	4000
$g_2$	800	800	800	800	800
$g_1:g_2$	1:1	1:2	1:3	1:4	1:5
$g_1$	800	800	800	800	800
$g_2$	800	1600	2400	3200	4000

単位時間あたりの売上  $g$  は以下のようになった。

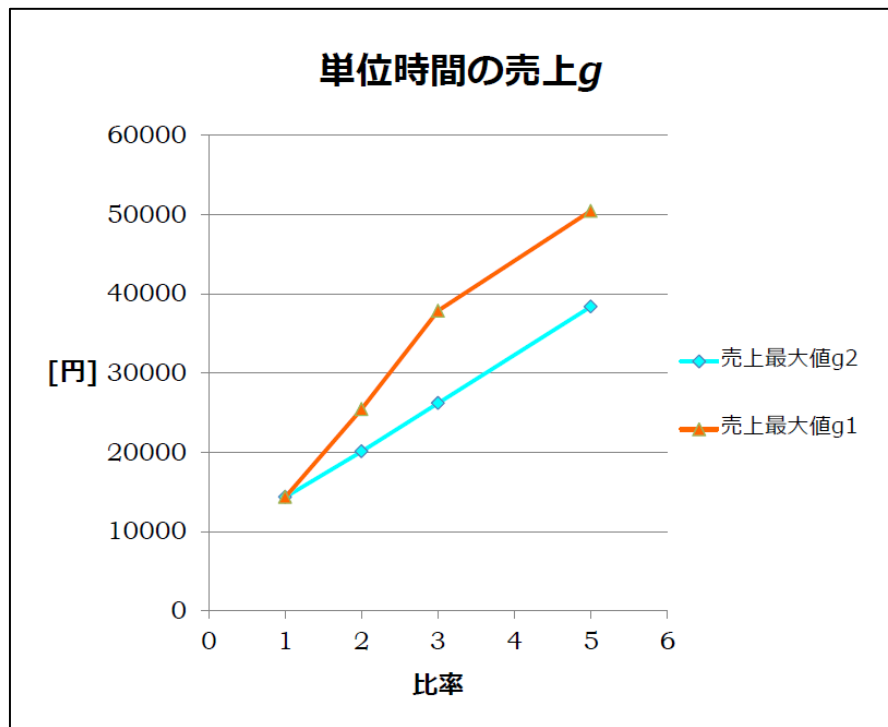


図 14 単位時間の売上  $g$  の最大値

売上増加率は以下のようになった。

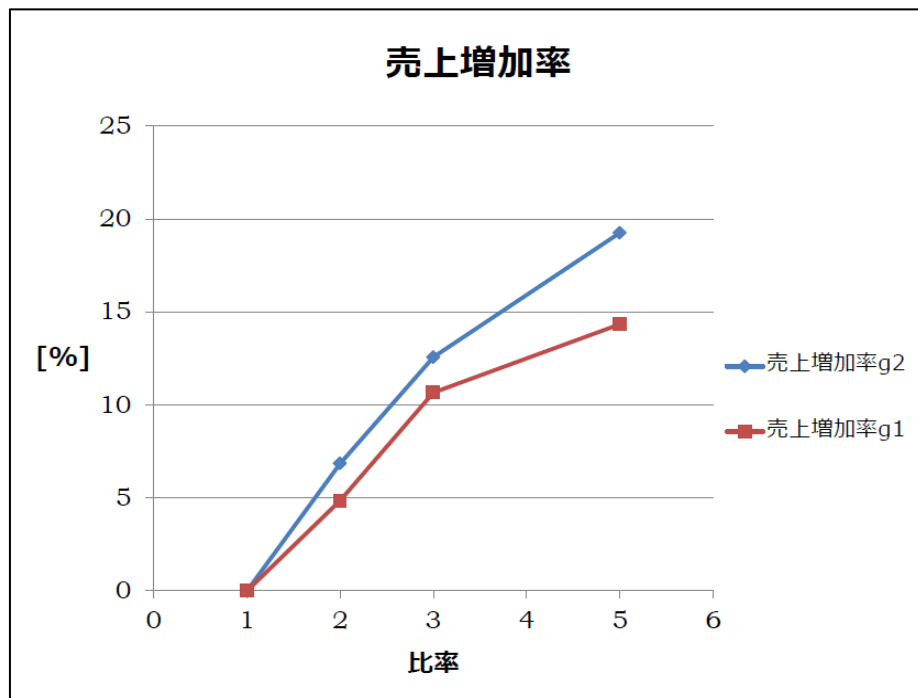


図 15 売上増加率

図 14, 図 15 より, 単位時間あたりの売上  $g$  の最大値は, 1 人客の平均単価  $g_1$  が 2 人客の平均単価  $g_2$  より高い場合 (図 14: オレンジ線) のほうが高いことがわかる。売上増加率は, 2 人客の平均単価  $g_2$  が 1 人客の平均単価  $g_1$  より高いとき場合 (図 15: 青線) のほうが高いことがわかる。

このことから, 単位時間あたりの売上  $g$  には, 到着率に対応して増加量に上限が存在すると仮定する。1 人客の平均単価  $g_1$  が 2 人客の平均単価  $g_2$  より高い場合, 既に初期戦略の売上  $g$  の値が 2 人客の平均単価  $g_2$  が 1 人客の平均単価  $g_1$  より高いとき場合より高いため, 増加率が小さくなったと予想される。

例えば, 売上増加量が 100 とし,  $g_1$  が高い方の初期戦略売上が 1000,  $g_2$  が高い方の初期戦略売上が 500 とする。互いに売上が 100 上がったとして,  $g_1$  が高い方の初期戦略売上が 1100,  $g_2$  が高い方の初期戦略売上が 600 となり,  $g_1$  が高い方の増加率は 10%,  $g_2$  が高い方の増加率は 20% となる。

ちなみにこの現象は, 表 9 の売上増加率が 2 人客の到着率  $\lambda_2$  が 20 から 21, 21 から 22 に増えるときにも起きている。到着率がある値までいくと増加量に制限がかかるかと予想される。

表 15 売上の最大値と売上

2人客到着率[組/時]	20	21	22
売上最大値[円]	18795.9	18899	18993.2
売上増加率[%]	2.8882	2.8641	2.8346
売上増加量[円]	523.35	520.948	517.53

## 5.2.4 到着率による売上の変化

到着率による売上の変化を求めるため、  
1人客および2人客の平均単価のパラメータの値、到着率の比は固定しつつ、  
混雑度(到着率)を変化させる。

テーブル席数2，カウンタ席数3，

1人客および2人客の平均単価  $g_1 = 500$ ， $g_2 = 2000$ のとき

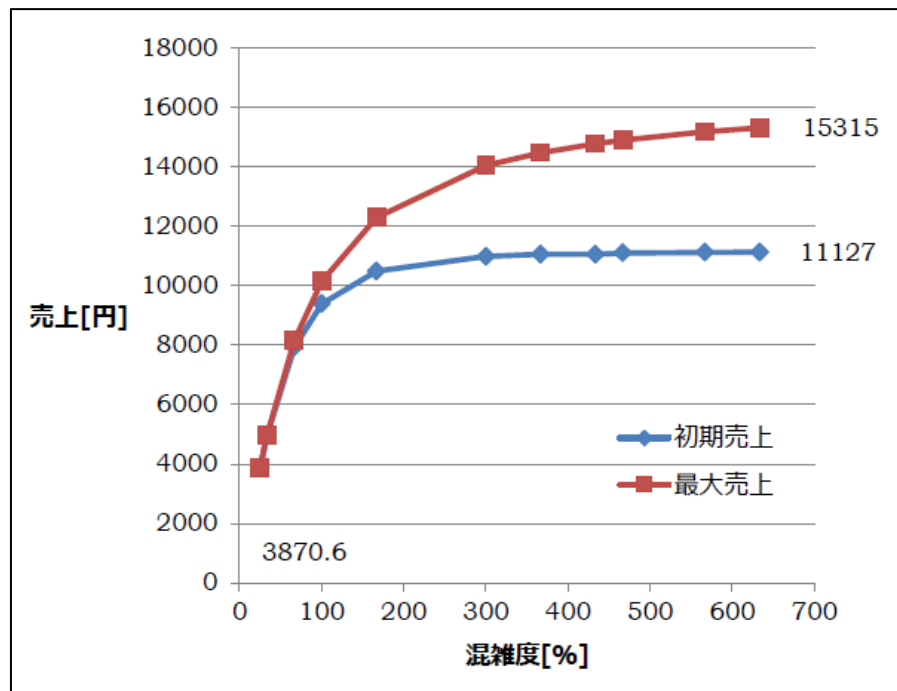


図 16 混雑度と売上

図 16 より、混雑度が高いほど、最大売上が高いことがわかる。  
また、来客時に席がない場合来店客を断ってしまうため、混雑度が 300%を超えると  
初期売上の値が収束することがわかる。

## 第6章 おわりに

数値計算により、最適案内戦略の効果としては、単位時間あたりの売上は初期戦略から10%前後の増加がみられた。初期戦略が既に妥当な戦略であり、売上増加量に上限があると考えると十分な効果が出たといえる。また、案内方法を変えるという低コストの仕事で売上増加につながる事が証明された。

最適案内戦略の特徴としては、1人客と2人客の平均単価の比が案内方法に影響を与えることがわかった。特に、1人客の平均単価が2人客の平均単価より高い場合、売上増加率は高い値を示した。案内方法の特徴としてはテーブル席が空いていても、2人客の案内を断るケースが多く1人客を優先した戦略になっていることがわかった。一方、2人客の平均単価が1人客の平均単価より高い場合、案内方法の特徴としてはテーブル席に1人客をテーブル席に案内することはほぼなく、基本は2人客をテーブル席に案内することがわかった。

客の到着率と売上の関係については、当然ではあるが客の到着率が高いほど(混雑度が高いほど)売上が増加傾向にあった。特に、1人客の到着率が売上に影響することがわかった。来店客増加の時代にこの戦略が有効であることがわかった。

今後の課題としては、まず、計算中エラーが存在したため、数値計算プログラムの精度を上げることが挙げられる。また提案手法では対応できる状況が少ないため、制限を減らしたモデル(例えば、待ち行列ありや相席あり等)に対応させることや、条件を変えて、最適案内戦略を機械学習で求めることも考えられる。

## 参考文献

- [1] 野中朋美, 清水香那, 水山元, “顧客の予測退店時刻を考慮した飲食店における動的な座席割当てシステム,” 日本機械学会論文集 Vol.82, No.842, 2016.
- [2] Hwang, J., “Restaurant table management to reduce customer waiting times,” Journal of Foodservice Business Research, Vol.11, No.4, 2008, pp.334-351.
- [3] Thompson, G., “Optimizing restaurant-table configurations: Specifying combinable tables,” Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly, 44(1), 2003, pp.53-60.
- [4] Kimes, S. and Thompson, G., “An evaluation of heuristic methods for determining the best table mix in full-service restaurant,” Vol.23, No.6, 2005, pp.599-617.
- [5] Mizuyama, H., Yoshida, A. and Nonaka, T., “A Serious Game for Eliciting Tacit Strategies for Dynamic Table Assignment in a Restaurant,” ISAGA(International Simulation and Gaming Association)2016.
- [6] 三宅功, “異速度通信混在回線的最適回線留保制御,” 電子情報通信学会論文誌 B, Vol.J71-B, No.12, 1988, pp.1419-1424.
- [7] 白田純子, 宮田高道, 山岡克式, “多元トラヒックの対等性を考慮したフロー受付制御の特性解析 (二元モデル),” 電子情報通信学会技術研究報告会 IN, 情報ネットワーク, Vol.108, No.92, 2008, pp.11-16.
- [8] 塩田茂雄・河西憲一・豊泉洋・会田雅樹 “待ち行列理論の基礎と応用” 川島幸乃助監修, 共立出版, 2014
- [9] 中出康一, “マルコフ決定過程における近似DPアルゴリズム,” オペレーションズ・リサーチ, Vol.58, No.9, 2013, pp.545-551.
- [10] Ronald, A, Howard., “Dynamic programming and Markov processes,” The MIT Press, 1960.

## 謝辞

本研究にあたり，無知であった私を最後までご指導いただき，塩田茂雄教授に深く感謝申し上げます。また，塩田研究室の諸先輩方に変にお世話になりました。同期による食糧供給もあり，楽しく研究を進めることができました。塩田研究室の皆様および同じフロアの同期に感謝いたします。ありがとうございました。