信学技報 IEICE Technical Report RCC2016-36,NS2016-73, RCS2016-124,SR2016-54,ASN2016-44(2016-07)

無線LANにおける送信電力・キャリア検出閾値反比例設定の 確率幾何解析

ポアソンネットワークにおける最適閾値

山本 高至† アベセカラ ヒランタ^{††}

+ 京都大学大学院情報学研究科 〒 606-8501 京都府京都市左京区吉田本町 ++ 日本電信電話株式会社 NTT アクセスサービスシステム研究所 〒 239-0847 神奈川県横須賀市光の丘 1-1

あらまし 無線 LAN において,送信機会に関する公平性を損なわずに周波数再利用を促進する手法として,キャリア 検出閾値と送信電力の反比例設定が知られている.本報告では,反比例設定の理論的解析を行うために送信局の分布 がポアソン点過程に従うと仮定した上で確率幾何学を導入し,全送信局が同一の反比例設定を行う際のスループット を,キャリア検出閾値,受信信号電力対干渉雑音電力比,隣接送信局数の3つの変数からなる閉形式により与える. また,スループットが最大となるキャリア検出閾値及び送信電力の最適値の陽関数表示をを近似的に求める. **キーワード** 無線 LAN,キャリア検出閾値,確率幾何学,ポアソン点過程

Stochastic Geometry Analysis of Inversely Proportional Setting of Transmission Power and Carrier Sense Threshold in WLANs

Optimal Threshold in Poisson Networks

Koji YAMAMOTO[†] and Hirantha ABEYSEKERA^{††}

† Graduate School of Informatics, Kyoto University Yoshida-honmachi, Sakyo-ku, Kyoto, 606-8501 Japan
†† NTT Access Network Service Systems Laboratories, NTT Corporation Yokosuka, 239-0847 Japan

Abstract To facilitate spatial channel reuse in wireless LAN without starving surrounding potential transmitters, the inversely proportional setting of carrier sense threshold and transmission power is a promising approach. In this report, assuming that the set of transmitters follows a Poisson point process and using a stochastic geometry approach, the closed-form expression of throughput with carrier sense threshold, received signal-to-interference–plus-noise power ratio, and the number of neighboring transmitters as variables is derived. In addition, an explicit solution of the optimal inversely proportional setting in terms of throughput is obtained using some approximations. **Key words** Wireless LAN, carrier sense threshold, stochastic geometry, Poisson point process

1. まえがき

無線 LAN [1], [2] 機器の普及とトラヒックの増加に伴い,ア クセスポイントの稠密展開が進められている. 無線 LAN にお いては,アクセスポイントや端末などの無線局は近傍の無線 局と CSMA/CA (carrier sense multiple access with collision avoidance) 機構により時分割的に動作するため,無線局密度 の増加に伴い,各無線局が送信可能な時間割合は低下する.

周波数再利用を促進し,高いスループットおよび面的周波 数利用効率を実現する手法として,**キャリア検出閾値**(IEEE 802.11 における CCA (clear channel assessment) 閾値[1])の 増加[3],[4] は有望な手法のひとつである.キャリア検出閾値を 近傍非所望局からの受信電力より大きく設定すれば、当該近傍 局が送信をしていたとしても、無線局は送信を開始可能である. しかしながら、キャリア検出閾値の増大は、近傍局はもちろん、 自局における干渉も増加させる.このため、キャリア検出閾値 は慎重に設定する必要がある.

文献[4]では、キャリア検出閾値と送信電力の同時制御法が提 案されている。IEEE 802.11ax 標準化[5],[6]においても、動的 なキャリア検出閾値の調整が議論されている[7].ただし、キャ リア検出閾値の調整に伴い非対称なキャリア検出関係が生じた 際には、隣接局のキャリアを検出しない無線局は常に送信を行 う一方,当該無線局からのキャリアを検出する隣接局は常に送 信を待機する問題が発生する可能性がある.この特定の無線局 のスループットが極端に低下する問題はスループットスタベー ション (throughput starvation) と呼ばれる [8].

スループットスタベーション問題を解決するために,文献[8] では、キャリア検出閾値と送信電力を調整する際に、それらの 積が他局におけるそれらの積の値と等しい値のまま維持される ように設定するキャリア検出閾値・送信電力の同時設定方法が 提案されている.この同時制御は対称なキャリア検出関係を保 つ.すなわち、任意の2送信局は互いに信号を検出するか、互い に信号を検出しないかのいずれかとなる.これにより、スルー プットスタベーションの回避が可能である.本方式を、キャリ ア検出閾値と送信電力の**反比例設定**と呼ぶこととする.

反比例設定の実現手法として,我々は無線局のアンテナコネ クタとアンテナの間に減衰器を接続する方法を提案し,実験的 にその効果を示した [9]~[11].反比例設定は,IEEE 802.11ax 標準化や 3GPP LAA (license assisted access) においても, OBSS (overlapping basic service set) 間や,無線 LAN と LAA との間における公平な共存を実現する規範として検討されてい る [12].

反比例設定の評価にあたっては、システムレベルで行う必要 がある. CSMA に基づく無線ネットワークのシステムレベル の解析手法として、 **点過程** (point process) を扱う 確率幾何学 (stochastic geometry) に基づくものがある. CSMA/CA のモ デル化として, 文献 [13]~[17] においては, ある時点における送 信局の点過程を, MHCPP (Matérn hard-core point process) type II [18] に基づくものとした議論が行われている. これによ り、CSMA/CA ネットワークの干渉のモデル化などが可能とな る. 文献 [16] では、キャリア検出閾値の最適値が数値解析的に 与えられている. MHCPP ではなく,ポアソン点過程 (PPP: Poisson point process) に基づく議論として文献 [19] がある. この中では、送信を試みる無線局の集合が PPP に従うと仮定 し、レート制御を行わない前提で、劣化率の観点で最適なキャ リア検出閾値が議論されている。文献 [20] においては、レート 制御を行う前提で最適なキャリア検出閾値が議論されているが、 陽関数表示は行われていない。加えて、著者らが知る限り、反 比例設定に関する確率幾何学に基づく議論は行われていない。

本報告では、反比例設定の効果を、確率幾何学に基づいて議 論する.著者らはこれまでに単一の無線局の反比例設定がス ループットに与える効果の定式化について報告した [21].本報 告では、すべての無線局の反比例設定がスループットに与える 効果の定式化、ならびにスループットの期待値を最大化する最 適閾値の陽関数表示を行う.これら定式化における通信に関す るパラメータは、キャリア検出閾値及び送信電力以外は、反比 例設定前の隣接局の数の期待値(密度)と受信 SINR のみとい う、可能な限り単純な形とした.

本報告では2章でシステムモデルを述べ、3章で反比例設定 によるスループットの定式化及び数値評価を行う.4章でまと めを述べる.

表 1: 表記	
Table 1 Notation.	
$\Phi := \{x_i\}$	ℝ ² 上で送信局により構成される点過程
$\Phi(\cdot)$	領域に含まれる点過程 Φ の点の数
$M_i \in \mathbb{N}$	送信局 $x_i \in \Phi$ の隣接送信局数
P	最大送信電力
Θ	最小キャリア検出閾値
p_i	送信局 x_i の送信電力
$ heta_i$	送信局 x_i のキャリア検出閾値
a_i	送信局 x _i のキャリア検出閾値調整量
α	伝搬係数
β	定数
δ	$\delta = 2/\alpha$
$G_{ij} \ (j \neq i)$	送信局 x_j と x_i の間のリンク利得. $G_{ji} = G_{ij}$
G_{ii}	送信局 x_i と受信局 y_i の間のリンク利得
γ_i	受信局 y_i における受信 SINR
S_i	送信局 x_i の競合領域
$\#\{\cdot\}$	集合の要素数
·	領域の面積(ルベーグ測度)
 ·	ユークリッド距離

2. システムモデル

本稿で用いる表記を表1に示す.ある周波数チャネルを用い る送受信局組は,文献[16],[19]と同様にポアソンバイポーラモ デル (Poisson bipolar model) [22, §5.3] に従うと仮定する.こ れはすなわち,送信局 (座標)の集合 $\Phi := \{x_i\} \in \mathbb{R}^2$ は PPP であり,受信局集合を $\{y_i\} \in \mathbb{R}^2$ とすると, $||x_i - y_i||$ の値は すべての *i* に関して同じ値であるとの仮定と同じである.ただ し, ||·|| はユークリッド距離である.本稿の目的は,キャリア 検出閾値,スループット,送信局密度の関係の明確化であり, ランダム性は送信局の位置のみによると仮定する.この仮定の 妥当性の議論は,文献[16] を参照されたい.

送信局 $x_i \in \Phi$ の送信電力を p_i , キャリア検出閾値を θ_i と表記する.送信局 x_j と x_i の間のリンク利得を G_{ji} と表記し,次式により与えられると仮定する.

$$G_{ji} = \beta \|x_j - x_i\|^{-\alpha} \tag{1}$$

ここで, α は伝搬係数, β は定数である. (1)を仮定したため, リンク利得は対称性, すなわち $G_{ji} = G_{ij}$ を満たす. 送信局 x_i と,対応する受信局 y_i の間のリンク利得を G_{ii} と表記する. すなわち,受信局 y_i における受信信号電力は $G_{ii}p_i$ である. ま た,ポアソンバイポーラモデルを仮定したため, G_{ii} の値はす べての i に関して同じ値である.

送受信局組 (x_i, y_i) の単位帯域あたりのスループットを,受信 SINR γ_i 及び送信局 x_i の隣接送信局数 M_i を用いた

$$\frac{\log_2(1+\gamma_i)}{1+M_i} \tag{2}$$

により評価する [8]. すなわち,送信局 x_i 及び M_i 局の隣接局 により送信機会が公平に分割されており,自局の送信機会には 受信 SINR γ_i に応じた伝送速度で送信していることを表して いる.式(2)の妥当性に関しては[8]を参照されたい.

式 (2) における γ_i 及び M_i を,これまでに導入した記号を用 いて定式化する. γ_i は、受信信号電力 $G_{ii}p_i$ と、受信局 y_i に おける干渉雑音電力の比として定義される.受信局 y_i におけ る干渉雑音電力に関しては、[8] における仮定と同様に、送信局 x_i における干渉雑音電力により近似され、更にキャリア検出閾 値 θ_i により近似されると仮定する.以上の仮定はすなわち、 γ_i に関する次式の仮定である.

$$\gamma_i \approx G_{ii} p_i / \theta_i \tag{3}$$

一方, 隣接送信局数 M_i は次式のように表現できる.

$$M_i = \#\{x_j \in \Phi \setminus \{x_i\} \mid G_{ij}p_j > \theta_i\}$$

$$\tag{4}$$

ここで, #{·} は集合の要素数を表す.式(4)は,送信局すべて の集合 Φ より送信局 x_i を除いた要素の送信局 x_j のうち,当 該送信局 x_j より送信される信号の送信局 x_i における受信電力 $G_{ij}p_j$ が,送信局 x_i のキャリア検出閾値 θ_i より大きい局の数 を表している.

2.1 反比例設定

キャリア検出閾値及び送信電力がそれぞれ Θ, P であるレガ シ機器との共存のために,次式を満たす反比例設定を議論する.

$$p_i\theta_i = P\Theta, \ \forall i: x_i \in \Phi \tag{5}$$

表記の都合上,新たなパラメータ a_i $(a_i \ge 1)^{(i\pm 1)}$ を導入し,(5) の代わりに,

$$\theta_i = \Theta a_i, \ p_i = P/a_i \tag{6}$$

と表記する. すなわち, *a_i* はキャリア検出閾値の *Θ* からの増 分,あるいは送信電力の *P* からの減少分を表す.

(6) を (3) 及び (4) に代入し、次式を得る.

$$\gamma_i = G_{ii} P / \Theta {a_i}^2 \tag{7}$$

$$M_i = \#\{x_j \in \Phi \setminus \{x_i\} \mid G_{ij}P > \Theta a_i a_j\}$$
(8)

これらの式は反比例設定の基本的な利害得失を表している. す なわち,反比例設定による *a_i* の増大により,隣接局数 *M_i* が減 少し送信機会が向上する,すなわち周波数再利用が促進される メリットがある.一方で,受信 SINR *γ_i* が減少するデメリット がある.このトレードオフの中でパラメータ *a_i* の値,すなわち キャリア検出閾値及び送信電力を適切に設定する必要がある.

3. 全送信局の共通反比例設定

本稿では、全送信局による共通した反比例設定の効果につい て議論する.送信局の密度を λ とする.基準として、すべて の送信局が最小キャリア検出閾値 Θ ,最大送信電力 P を用い ている状況を想定する.ポアソンバイポーラモデルを仮定した たため、すべての送信局 x_i について $G_{ii}P/\Theta$ の値は共通であ り, $G_{ii}P/\Theta = SINR$ とする. 全送信局 $\forall x_i \in \Phi$ が共通のキャ リア検出閾値及び送信電力を設定する場合を考える, すなわち $p_i = p, \theta_i = \theta, a_i = a, \forall x_i \in \Phi$ とする.

隣接局数は (8) より

$$M_{i} = \#\{x_{j} \in \Phi\{x_{i}\} \mid G_{ij}P > \Theta a^{2}\}$$
(9)

となる. ここで,送信局 x_i の競合領域 (contention domain)

$$S_i(a) \coloneqq \{ x \in \mathbb{R}^2 \setminus \{ x_i \} \mid G_{xi}P > \Theta a^2 \}$$

$$(10)$$

を導入する. ただし, $G_{xi} = \beta ||x - x_i||^{-\alpha}$ は送信局 x_i と, 点 $x \in \mathbb{R}^2$ における送信局あるいは受信局との間のリンク利得を 表す. なお, (10) は

$$S_i(a) = \{ x \in \mathbb{R}^2 \setminus \{ x_i \} \mid ||x - x_i|| < (\beta P / \Theta a^2)^{1/\alpha} \}$$
(11)

と変形できるため、後で用いる競合領域の面積(ルベーグ測度) は次式のように評価できる。

$$|S_i(a)| = \pi (\beta P / \Theta a^2)^{2/\alpha} = \pi (\beta P / \Theta a^2)^{\delta}$$
(12)

ただし、 $\delta \coloneqq 2/\alpha$ とした. $\Phi(S)$ により領域 S 内の点過程 Φ の 点の数を表すと、

$$M_i = \Phi(S_i(a)) \tag{13}$$

と表記される.なお,隣接送信局数 M_i 及び競合領域 S_i は送信局によらないため、今後は添字を省略して単にM及びSと表す.

ポアソン点過程を仮定しているため、反比例設定により競合 領域が変化しても隣接送信局数 $M = \Phi(S(a))$ はポアソン分布 に従う. 従って、

$$\mathbb{P}(\Phi(S(a)) = k) = \frac{(\lambda |S(a)|)^k}{k!} e^{-\lambda |S(a)|}$$
(14)

である.なお、その期待値は次式で与えられる.

$$\mathbb{E}[\Phi(S(a))] = \lambda |S(a)| = \lambda |S_i(a)|$$
$$= \pi \lambda (\beta P / \Theta a^2)^{\delta}$$
$$= \mathbb{E}[\Phi(S(1))] a^{-2\delta} \eqqcolon B a^{-2\delta}$$
(15)

なお, $B := \mathbb{E}[\Phi(S(1))] = \pi \lambda (\beta P / \Theta)^{2/\alpha}$ は,最小キャリア検 出閾値 Θ ,最大送信電力 P を用いた際の隣接送信局数の期待 値である.

(2) にこれらを代入し、期待値を取り次式を得る.

$$\mathbb{E}_{\Phi}\left[\frac{\log_2(1+SINR/a^2)}{1+\Phi(S(a))}\right]$$
$$=\mathbb{E}_{\Phi}\left[\frac{1}{1+\Phi(S(a))}\right]\log_2(1+SINR/a^2) \tag{16}$$

$$\stackrel{(a)}{=} \frac{1 - e^{-Ba}}{Ba^{-2\delta}} \log_2(1 + SINR/a^2) \tag{17}$$

ただし、(a)には付録に記載した補題1を適用した.

⁽注1):反比例設定の目的は,送信局密度が高い状況におけるキャリア検出閾値 増加による周波数再利用の促進であり, $a_i \ge 1$ に限定している.



図 1: スループットの期待値 (17) 及び近似値 (18). *SINR* = 30 dB, α = 3.5.

3.1 最適閾値

(17)を最大化する a の値(a* とする)の陽関数表現を求めるために(16)に Jensenの不等式を適用し、次の下限近似値を得る.

$$\mathbb{E}_{\Phi}\left[\frac{1}{1+\Phi(S(a))}\right] \log_{2}(1+SINR/a^{2})$$

$$\geq \frac{\log_{2}(1+SINR/a^{2})}{1+\mathbb{E}[\Phi(S(a))]} = \frac{\log_{2}(1+SINR/a^{2})}{1+B^{-2\delta}}$$

$$> \frac{\log_{2}(SINR/a^{2})}{1+B^{-2\delta}}$$
(18)

命題 1. 下限近似値 (18) を最大にする a の値は次式で与えら れる.

$$a^{\star} = \max\left\{ \left[BW\left(\frac{SINR^{\delta}}{eB}\right) \right]^{1/2\delta}, 1 \right\}$$
 (19)

すなわち,最適な送信電力及びキャリア検出閾値が P/a^* 及び Θa^* である.なお, $W(\cdot)$ は Lambert W 関数 [23] である.

証明. (18) を a で微分し変形すると次式を得る.

$$\frac{{a^{\star}}^{2\delta}}{B} \exp\left(\frac{{a^{\star}}^{2\delta}}{B}\right) = \frac{SINR^{\delta}}{\mathrm{e}B}$$

ここで、 $w \mapsto w \exp(w)$ の逆関数として定義される Lambert W 関数を用いて

$$\frac{a^{\star 2\delta}}{B} = W\left(\frac{SINR^{\delta}}{eB}\right)$$

と表現される.a ≧ 1 を考慮して,(19) を得る.

3.2 数值評価

図1にスループットの期待値 (17) 及び最適閾値の陽関数表 示を与える (18) を示す.絶対値の差は大きいものの, (18) の 最大値を与える a* 付近で, (17) も最大値を与えることが確認 できる.

図2に,数値評価によって求めた a* と, a* をそれぞれ示す. 近似を行ったにも関わらず,同様の傾向があることが分かる. これらから,反比例設定前の隣接局数 B 及び SINR が高いほ



ど, 閾値をより大きくするとともに,送信電力をより小さく設 定させることが良いことが分かる.

4. まとめ

ポアソンバイポーラモデルにおける,全送信局が同一のキャ リア検出閾値・送信電力反比例設定を行った際のスループット の閉形式の表現を導出した.また,最適な反比例設定値の陽関 数表示を近似的に導出し,実際の最適値と同様の傾向を持つこ とが明らかとなった.

付 録

補題 1. *X* を期待値 λ のポアソン分布に従う確率変数とする. すなわち,

$$\mathbb{P}(X=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$
(A·1)

とする. ここで次式が成り立つ.

$$\mathbb{E}\left[\frac{1}{1+X}\right] = \frac{1 - e^{-\lambda}}{\lambda}$$

証明.

$$\mathbb{E}\left[\frac{1}{1+X}\right] = e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} \frac{\lambda^k}{k!} = \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^{k+1}}{(k+1)!}$$
$$= \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^k}{k} - 1\right) = \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} (e^{\lambda} - 1) = \frac{1 - e^{-\lambda}}{\lambda}.$$

文 献

- IEEE Std 802.11-2012, "Wireless LAN medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications," 2012.
- [2] 守倉正博,久保田周治,改訂三版 802.11 高速無線 LAN 教科書, インプレス R&D, 2008.
- [3] J. Zhu, B. Metzler, X. Guo, and Y. Liu, "Adaptive CSMA for scalable network capacity in high-density WLAN: A hardware prototyping approach," Proc. IEEE Int. Conf. Comput. Commun. (INFOCOM), pp.1–10, Barcelona, Spain, April 2006.
- [4] J. Zhu, X. Guo, S. Roy, and K. Papagiannaki, "CSMA self-adaptation based on interference differentiation," Proc. IEEE Global Telecommun. Conf. (GLOBECOM), pp.4946– 4951, Washington, DC, Nov. 2007.
- [5] R. Stacey, "Specification framework for TGax," IEEE 802.11-15/0132r16, March 2016.
- [6] Y. Asai, "Advanced progress in IEEE 802.11 WLAN standardization," Proc. 2014 Asia-Pacific Microwave Conf. (APMC), pp.911–913, Sendai, Japan, Nov. 2014.
- [7] M.S. Afaqui, E. Garcia-Villegas, E. Lopez-Aguilera, G. Smith, and D. Camps, "Evaluation of dynamic sensitivity control algorithm for IEEE 802.11ax," Proc. IEEE Wireless Commun. Netw. Conf. (WCNC), pp.1060–1065, New Orleans, LA, March 2015.
- [8] V.P. Mhatre, K. Papagiannaki, and F. Baccelli, "Interference mitigation through power control in high density 802.11 WLANs," Proc. IEEE Int. Conf. Comput. Commun. (INFOCOM), pp.535–543, Anchorage, AK, May 2007.
- [9] 塩谷郁弥,山本高至,西尾理志,守倉正博,工藤理一,石原浩一, "無線 LAN スループット改善のための送信電力・キャリア検出 閾値反比例設定法,"信学技報, RCS2014-45, pp.77-80, June 2014.
- [10] 奥原大智,塩谷郁弥,山本高至,西尾理志,守倉正博,工藤理 一,石原浩一,"無線 LAN スループット改善のための送信電 力・キャリア検出閾値反比例設定法の実験的評価,"信学技報, RCS2014-117, pp.151–155, July 2014.
- [11] D. Okuhara, F. Shiotani, K. Yamamoto, T. Nishio, M. Morikura, R. Kudo, and K. Ishihara, "Attenuators enable inversely proportional transmission power and carrier sense threshold setting in WLANs," Proc. 25th IEEE Int. Symp. Personal, Indoor and Mobile Radio Commun. (PIMRC), pp.986–990, Washington, DC, Sept. 2014.
- [12] J. Wang, et al., "Adjustment rules for adaptive CCA and TPC," IEEE 802.11-16/0414r1, March 2016.
- [13] H.Q. Nguyen, F. Baccelli, and D. Kofman, "A stochastic geometry analysis of dense IEEE 802.11 networks," Proc. IEEE Int. Conf. Comput. Commun. (INFOCOM), pp.1199– 1207, Anchorage, AK, May 2007.
- [14] A. Busson and G. Chelius, "Point processes for interference modeling in CSMA/CA ad-hoc networks," Proc. the 6th ACM Symp. Perform. Eval. Wireless Ad Hoc, Sensor, Ubiquitous Netw. (PE-WASUN), p.33, Canary Islands, Spain, Oct. 2009.
- [15] G. Alfano, M. Garetto, and E. Leonardi, "New insights into the stochastic geometry analysis of dense CSMA networks," Proc. IEEE Int. Conf. Comput. Commun. (INFOCOM), pp.2642–2650, Shanghai, China, April 2011.

- [16] H. ElSawy and E. Hossain, "A modified hard core point process for analysis of random CSMA wireless networks in general fading environments," IEEE Trans. Commun., vol.61, no.4, pp.1520–1534, April 2013.
- [17] G. Alfano, M. Garetto, and E. Leonardi, "New directions into the stochastic geometry analysis of dense CSMA networks," IEEE Trans. Mobile Comput., vol.13, no.2, pp.324– 336, Feb. 2014.
- [18] B. Matérn, Spatial Variation, 2nd ed. edition, Springer-Verlag, 1986.
- [19] M. Kaynia, N. Jindal, and G.E. Oien, "Improving the performance of wireless ad hoc networks through MAC layer design," IEEE Trans. Wireless Commun., vol.10, no.1, pp.240– 252, Jan. 2011.
- [20] Z. Zhang, Y. Li, K. Huang, and C. Liang, "On stochastic geometry modeling of WLAN capacity with dynamic sensitive control," Proc. Int. Symp. Modeling Optim. Mobile, Ad Hoc, Wireless Netw. (WiOpt), pp.78–83, Mumbai, India, May 2015.
- [21] 山本高至,アベセカラヒランタ,"無線 LAN における送信電 力・キャリア検出閾値反比例設定の解析—単一局の設定によるス ループット改善効果—,"信学技報, RCS2016-91, pp.263–266, June 2016.
- [22] M. Haenggi, Stochastic Geometry for Wireless Networks, Cambridge Univ. Pr., 2012.
- [23] R.M. Corless, G.H. Gonnet, D.E.G. Hare, D.J. Jeffrey, and D.E. Knuth, "On the Lambert w function," Advances in Computational Mathematics, vol.5, no.1, pp.329–359, Dec. 1996.